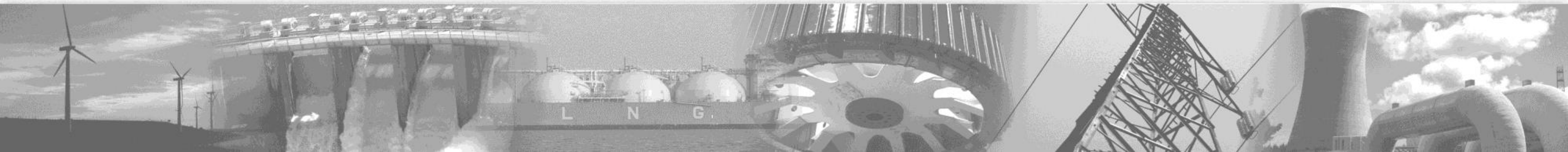
Geração de cenários de energia renovável correlacionados com hidrologia: uma abordagem bayesiana multivariada

[alessandro@psr-inc.com]



Conteúdo

Conteúdo

- **Introdução**
- Estimação não paramétrica (*Kernel density)*
- Transformação em variáveis normais
- Rede bayesiana
- Geração de cenários
- Resultados

Introdução

- Modelo proposto não depende de uma premissa sobre a distribuição de probabilidade
- A distribuição de probabilidade de cada série é estimada através das observações históricas
- O método de estimação é chamado *Kernel Density*
- O método é utilizado para obter funções de transformações que serão aplicadas nas observações do histórico

Introdução

- A série histórica transformada será aplicada num modelo auto regressivo convencional, que não dependerá de sua distribuição de probabilidade original
- Um modelo de rede bayesiana será utilizado para determinar a correlação entre as séries transformadas de energia renovável (vento ou irradiancia) e hidrologia (vazões)
- A geração de cenários é feito nas séries transformadas, que podem ser transformadas de volta nas séries originais

Conteúdo

- Introdução
- **Estimação não paramétrica *(Kernel density)***
- Transformação em variáveis normais
- Rede bayesiana
- Geração de cenários
- Resultados

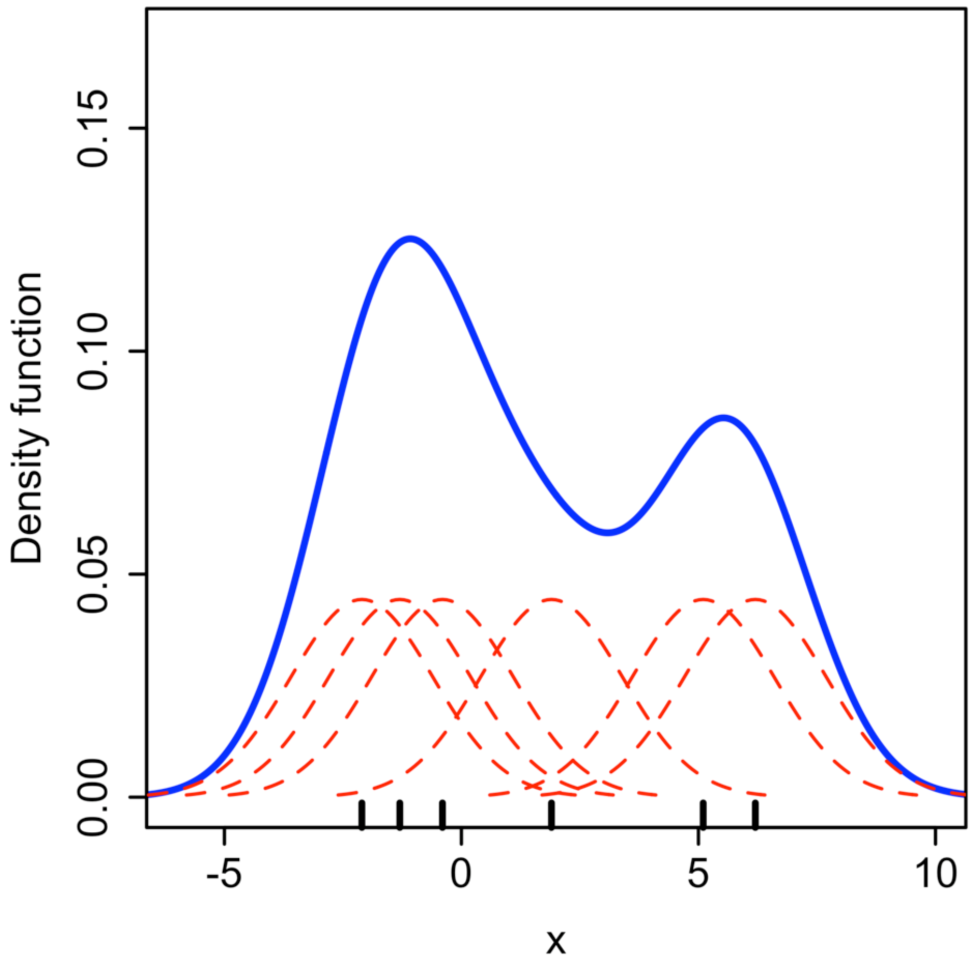
Estimação não-paramétrica

- Dado uma variável aleatória X, com densidade de probabilidade f(x), a aproximação de f(x) é dada por:

$$\boldsymbol{f(x) \approx \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{h\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-x_i)^2}{h^2}}}$$

- Dizemos que h é a largura de banda (ou parâmetro de alisamento), que é um parâmetro que deve ser otimizado para garantir que a estimação da distribuição fique adequada

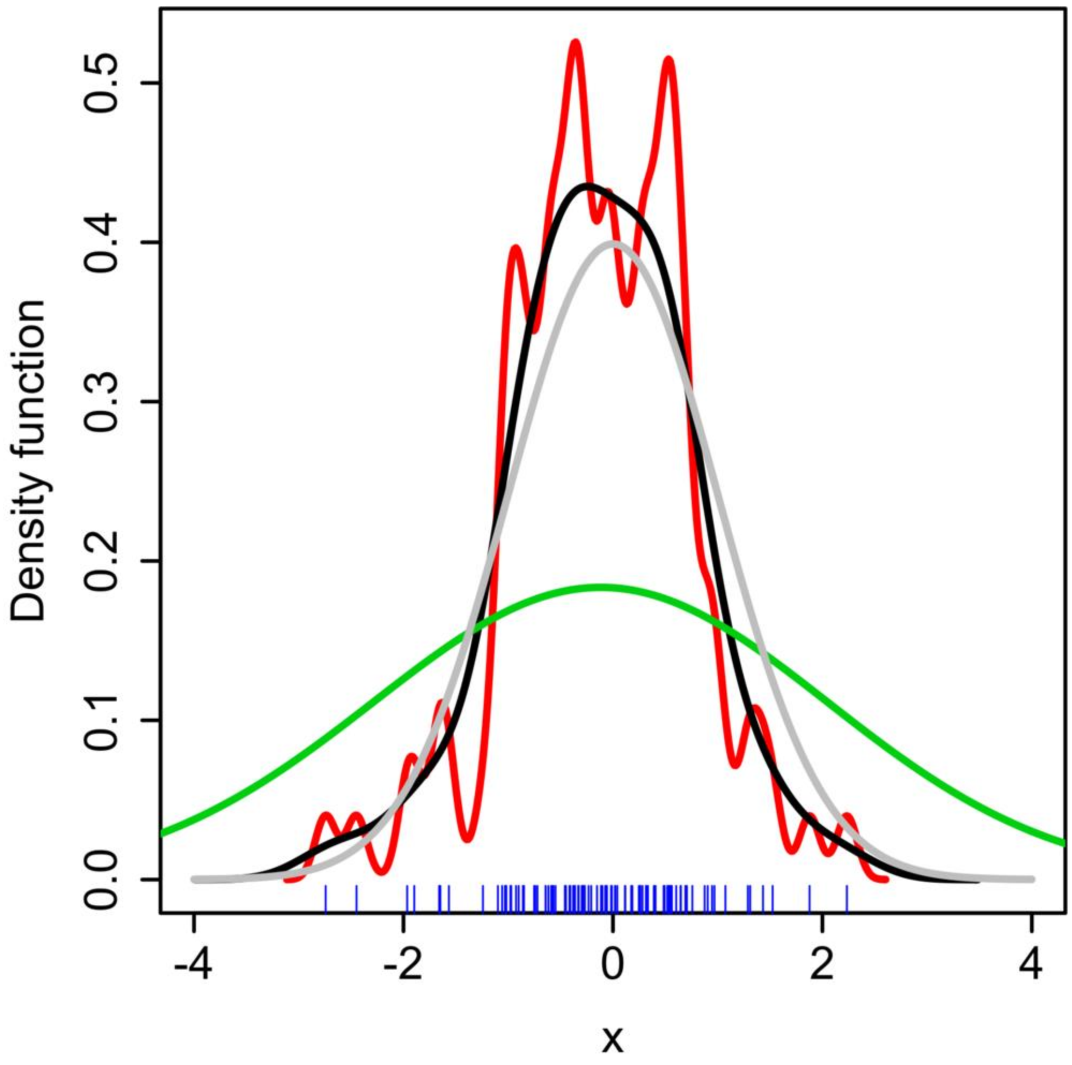
Estimação não-paramétrica



Estimação não-paramétrica

- Podemos estimar h resolvendo um problema de minimização do erro quadrático
- Porém não conhecemos a distribuição de probabilidade original, então não podemos resolver o problema de forma direta
- Para isso, alguns problemas de otimização relativamente complexos foram propostos, e com eles algumas estimativas para h ótimo.

Estimação não-paramétrica



Estimação não-paramétrica

- Foi utilizado um estimador para h que gera bons resultados para as variáveis aleatórias consideradas aqui:

$$\boldsymbol{h = 1.06\hat{\sigma}n^{-1/5}}$$

- Esta estimativa gera bons resultados quando a densidade da variável aleatória é aproximadamente gaussiana

Estimação não-paramétrica

- Como estamos tratando de grandezas estritamente positivas (vento e vazão por exemplo) temos que garantir que a estimação da densidade represente isso (estimação com suporte)
- Para isso, basta introduzir uma transformação a partir de uma função que possua o mesmo domínio (ln(x) por exemplo)

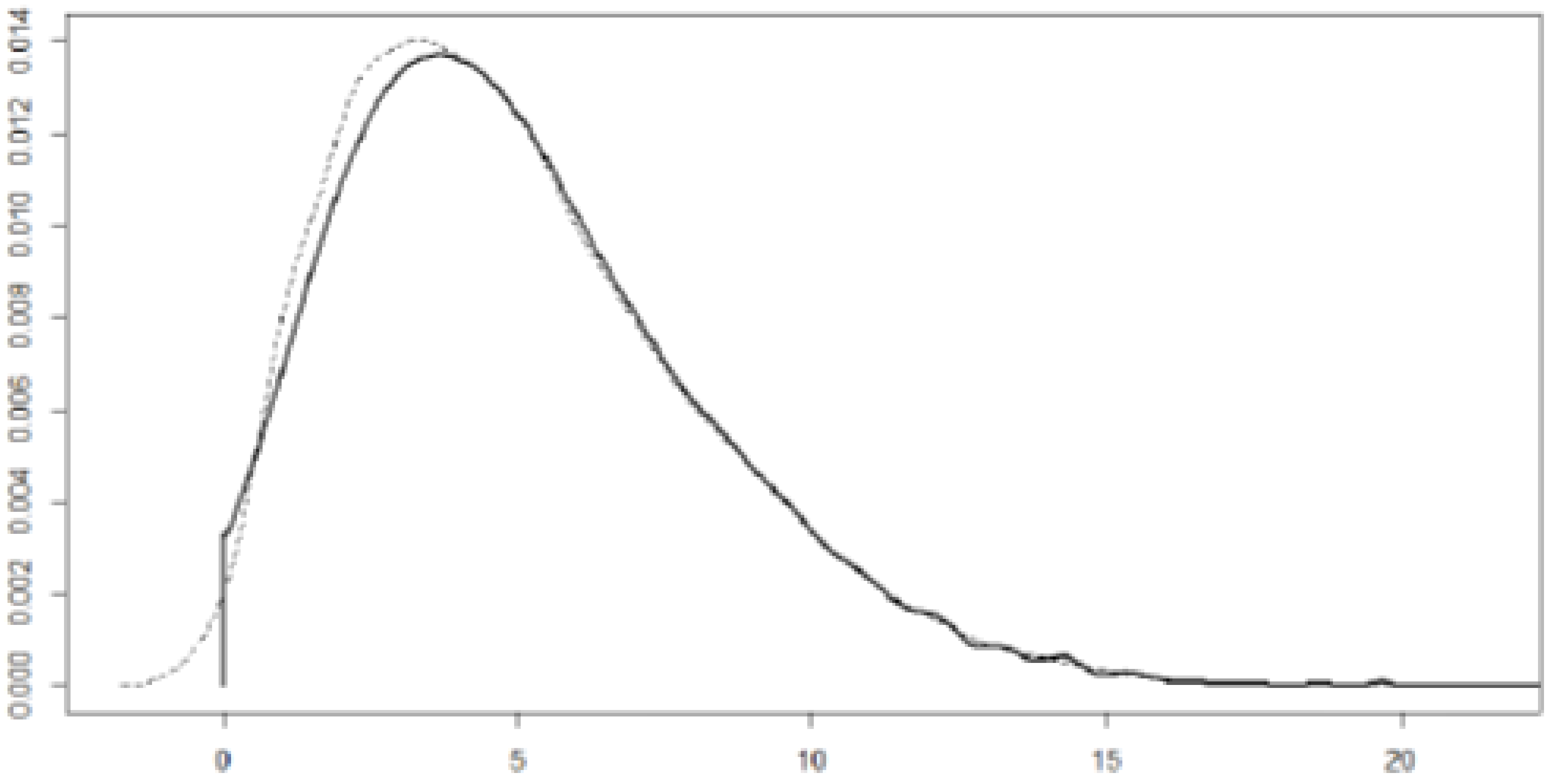
Estimação não-paramétrica

- Seja t(x) a função de transformação e g(y) distribuição de probabilidade de Y:

$$\boldsymbol{y} = \boldsymbol{t}(\boldsymbol{x}) \quad \Rightarrow \quad \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{g}\big(\boldsymbol{t}(\boldsymbol{x})\big)\boldsymbol{t}'(\boldsymbol{x})$$

- Calcula-se $y_i = t(x_i)$
- Aplica-se normalmente o método para obter uma estimativa de g(y)
- Obtemos uma estimativa para f(x) usando $\hat{\boldsymbol{f}}(\boldsymbol{x}) = \hat{\boldsymbol{g}}\big(\boldsymbol{t}(\boldsymbol{x})\big)\boldsymbol{t}'(\boldsymbol{x})$

Estimação não-paramétrica



Conteúdo

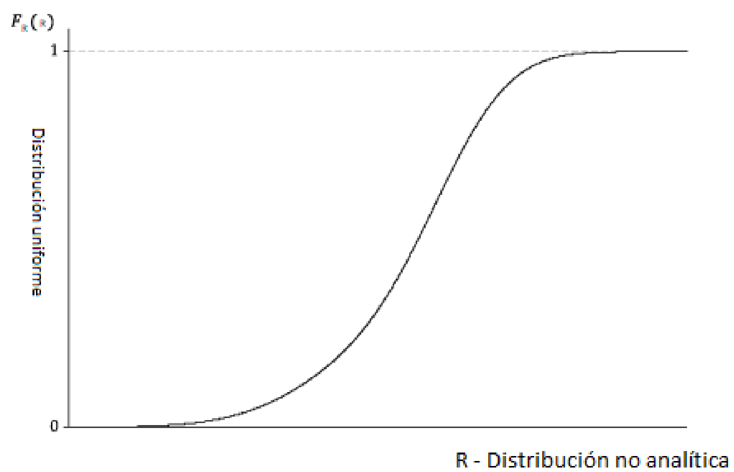
- Introdução
- Estimação não paramétrica (*Kernel density)*
- **Transformação em variáveis normais**
- Rede bayesiana
- Geração de cenários
- Resultados

Transformação em variáveis normais

- A estimação da densidade probabilidade do histórico será utilizada para transformar a série de observações históricas, em séries normalmente distribuidas.
- Esta transformação irá permitir a utilização de métodos que assumem normalidade nas variáveis aleatórias envolvidas.
- O primeiro passo é obter as PITs (Probability Integral Transform) do histórico

Transformação em variáveis normais

- Para isso basta integrar f(x) estimada, obtendo F(x)
- Se aplicarmos a função de distribuição acumulada F(x) nas observações históricas originais ($F(r_t)$), o resultado será conjuntos de observações uniformemente distribuidos.



Transformação em variáveis normais

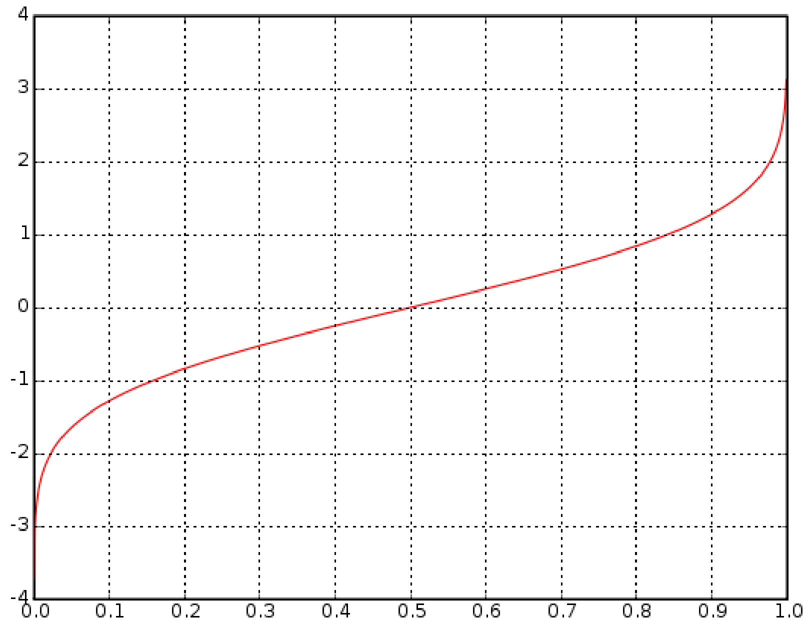
- Então:

$$\boldsymbol{u_t = F(r_t)}$$

- E se F(x) for uma boa aproximação para a função acumulada real da variável aleatória, então $\boldsymbol{u_t}$ é uniformemente distribuida

Transformação em variáveis normais

- Agora vamos transformar cada conjunto de observações uniformemente distribuidas ($\boldsymbol{u_t}$), em observações normais. Para isso utilizamos a função acumulada inversa da normal (função que mapeia os seus quantis).



Transformação em variáveis normais

- A função que mapeia os quantis de uma normal não tem forma analítica exata:

$$\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u}) = \boldsymbol{inf}\{\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{R}: \boldsymbol{u} \leq \boldsymbol{F_N}(\boldsymbol{x})\}$$

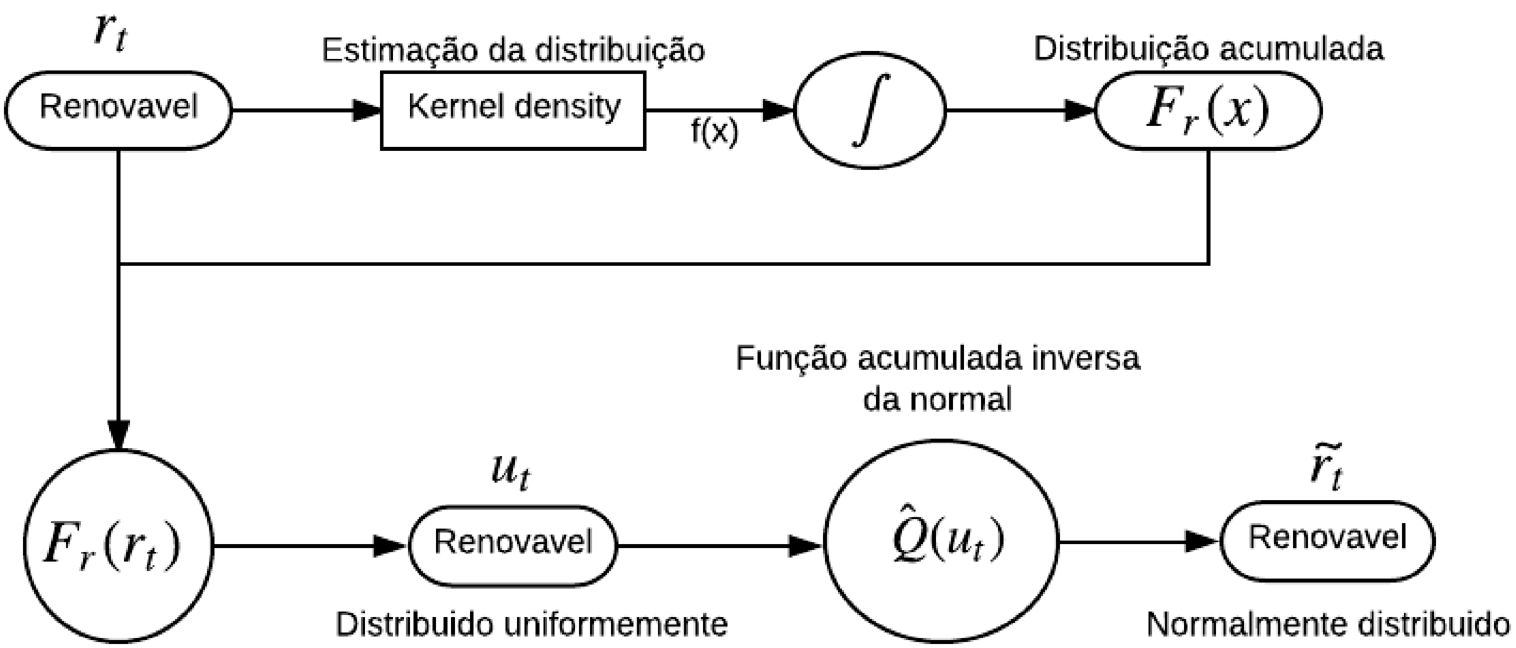
- Seja $\widehat{\boldsymbol{Q}}(\boldsymbol{u})$ uma aproximação numérica de $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u})$
- Transformando as PITs do histórico, temos:

$$\widetilde{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{t}} = \widehat{\boldsymbol{Q}}(\boldsymbol{u}_{\boldsymbol{t}})$$

Transformação em variáveis normais

- Se $\hat{\boldsymbol{Q}}(\boldsymbol{u})$ for uma boa aproximação para $\boldsymbol{Q}(\boldsymbol{u})$, então o conjunto de observações transformadas $\tilde{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{t}}$ é normalmente distribuido
- $\boldsymbol{r}_{\boldsymbol{t}}$ é a observação histórica original, com distribuição analítica não conhecida, e $\tilde{\boldsymbol{r}}_{\boldsymbol{t}}$ é a observação histórica transformada com distribuição normal

Transformação em variáveis normais



Conteúdo

- Introdução
- Estimação não paramétrica (*Kernel density*)
- Transformação em variáveis normais
- **Rede bayesiana**
- Geração de cenários
- Resultados

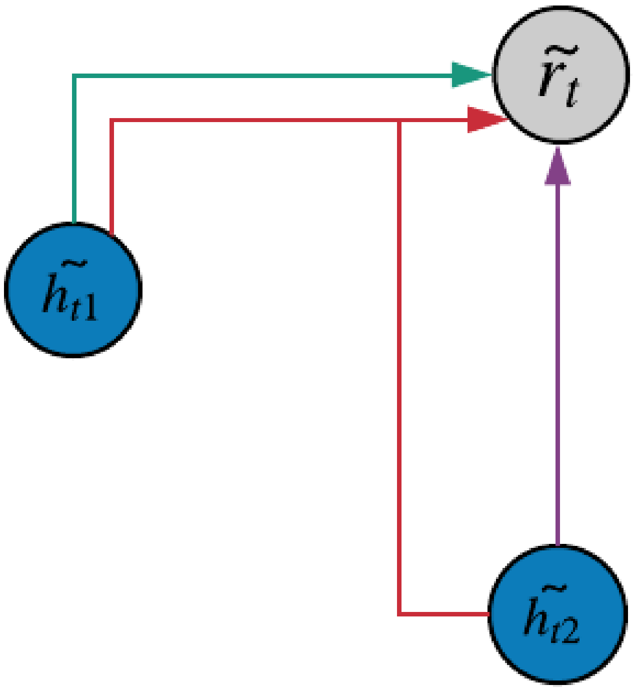
Rede bayesiana

- Grafo direcional e acíclico onde os nós são as variáveis e as arestas a dependencia condicional entre as mesmas
- Método procura a menor topologia (o menor grafo) que representa corretamente a probabilidade conjunta das variáveis aleatórias

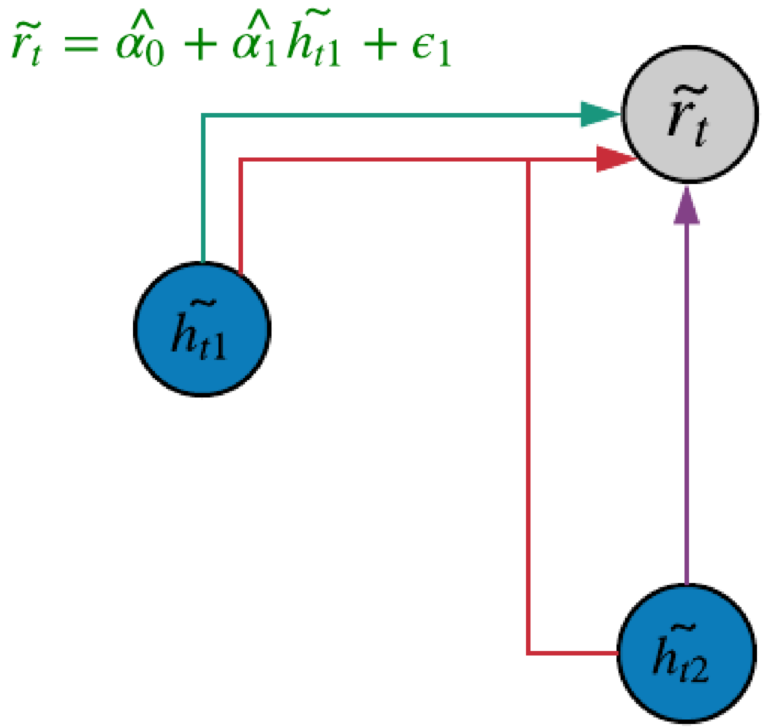
Rede bayesiana

- Por exemplo, seja um caso com 100 séries hidrológicas e 1 série renovável. Provavelmente nem todas as séries de hidrologia têm algum tipo de dependencia com a renovável
- A topologia ótima da rede dirá que grupo das 100 series hidrológicas têm alguma estrutura de dependencia linear significativa com a renovável a ponto de ser utilizada no modelo
- Esse grupo mais importante forma a topologia ótima da rede bayesiana

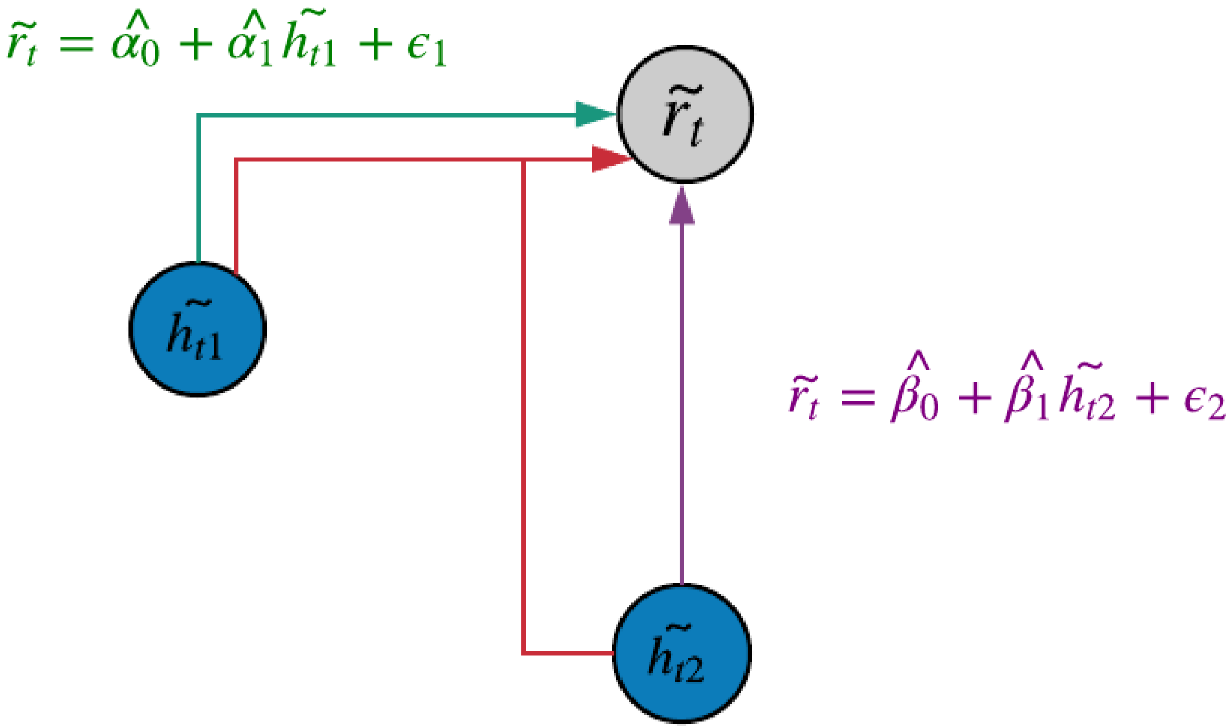
Rede bayesiana



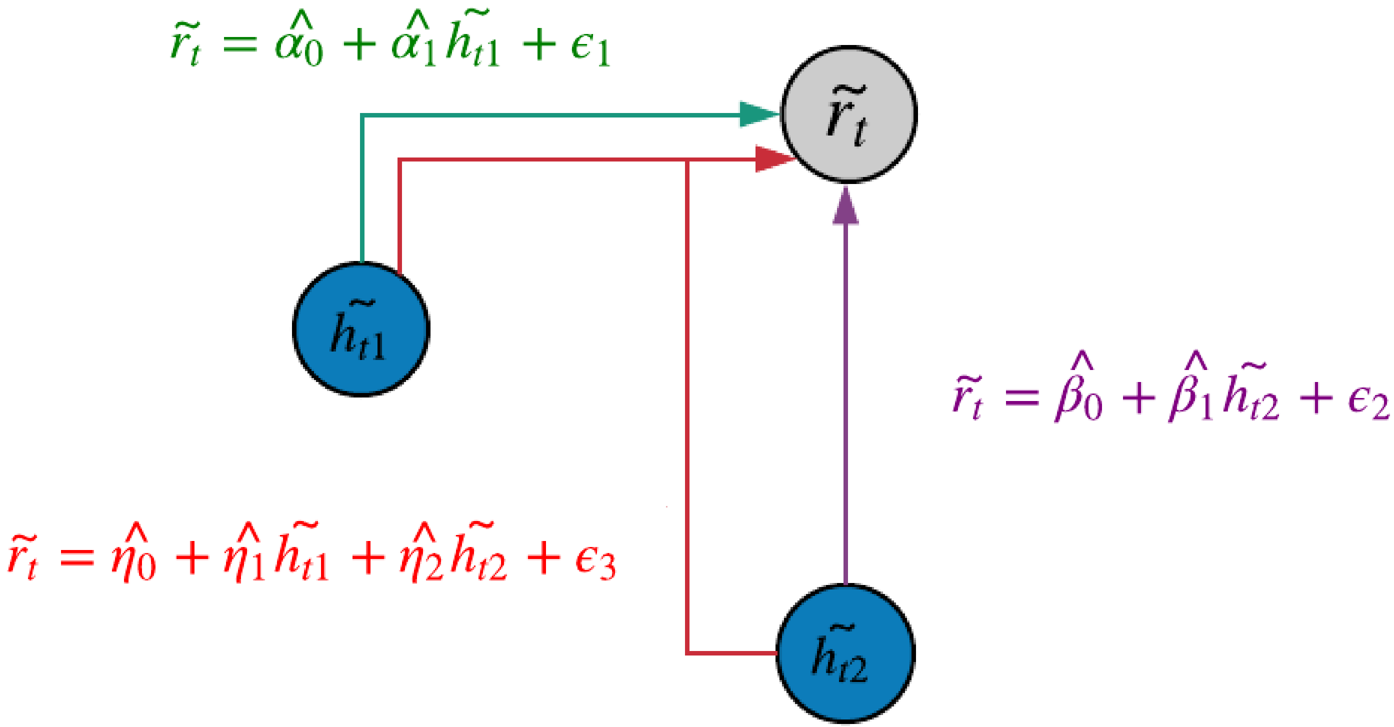
Rede bayesiana



Rede bayesiana



Rede bayesiana



Rede bayesiana

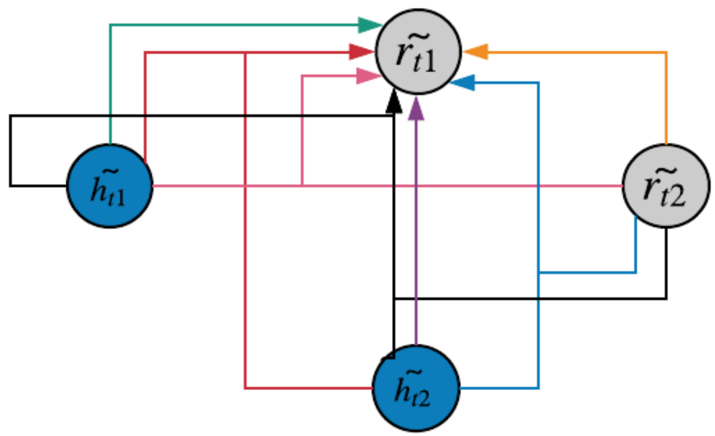
- Cada aresta é um modelo de regressão simples, onde seus parâmetros são facilmente estimados
- Todo nó da rede corresponde à uma variável aleatória transformada, ou seja, todas as variáveis na rede são normalmente distribuidas
- Como só estamos interessados em modelar as series renovaveis, basta escolher entre os modelos que as têm como variáveis dependentes

Rede bayesiana

- Para isso, o criterio de akaike (AIC) é utilizado em todas as arestas da rede
- O melhor deles é escolhido como o modelo da renovavel
- Esse método é feito para todas as renovaveis do caso, onde ainda podemos ter correlações entre elas, por exemplo:

$$\widetilde{r_{t1}} = \alpha_0 + \alpha_1 \widetilde{r_{t2}} + \alpha_2 \widetilde{h_{t3}} + \epsilon$$

Rede bayesiana



$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_1 \qquad \tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_1$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2 \qquad \tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_3 \qquad \tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_3$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t2} + \epsilon_1 \qquad \tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t1} + \epsilon_1$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t2} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2 \qquad \tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \epsilon_2$$

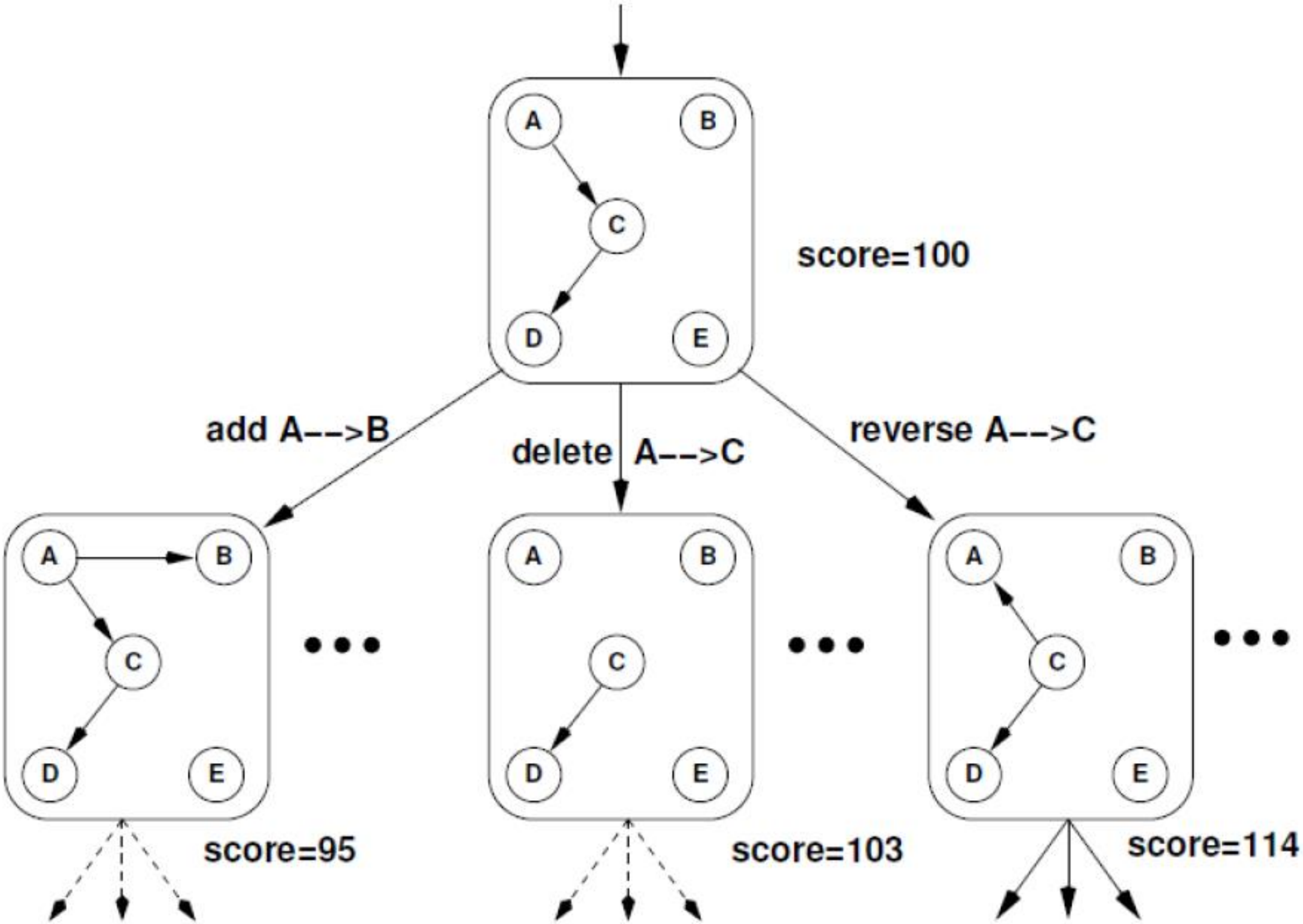
$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t2} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_2 \qquad \tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{r}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t1} + \epsilon_2$$

$$\tilde{r}_{t1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \hat{\alpha}_3 \tilde{r}_{t2} + \epsilon_3 \qquad \tilde{r}_{t2} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \tilde{h}_{t1} + \hat{\alpha}_2 \tilde{h}_{t2} + \hat{\alpha}_3 \tilde{r}_{t1} + \epsilon_3$$

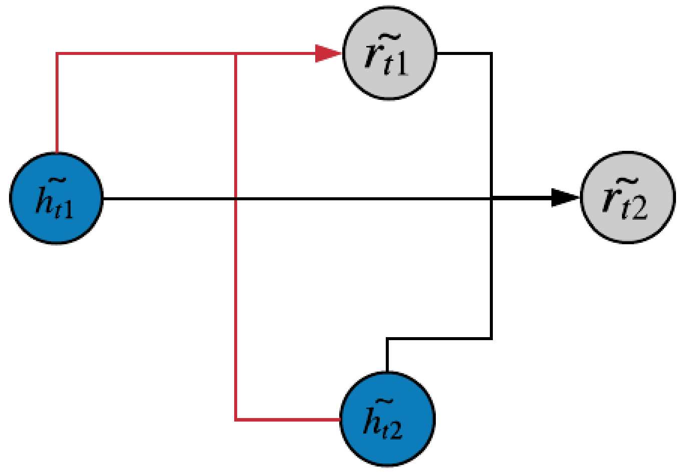
Rede bayesiana

- A estimação da rede bayesiana é um processo de complexidade alta, pois é um problema combinatório
- Para um conjunto grande de variáveis, avaliar todas as possíveis conexões da rede é computacionalmente inviável
- Algumas heurísticas são aplicadas para reduzir o espaço de busca
- O método de estimação é baseado no algoritmo *Hill Climbing*

Rede bayesiana

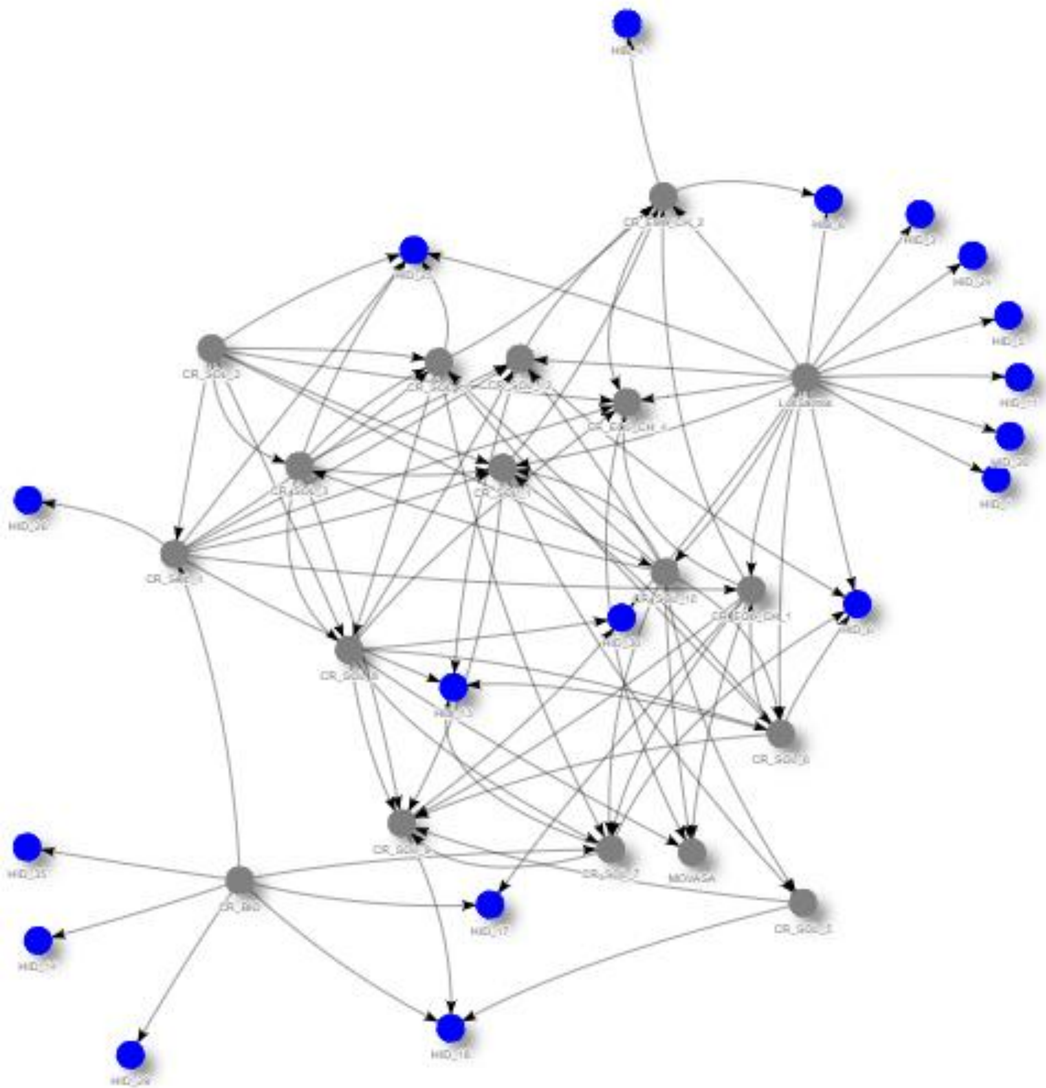


Rede bayesiana



$$\tilde{r_{t1}} = \hat{\alpha_0} + \hat{\alpha_1}\tilde{h_{t1}} + \hat{\alpha_2}\tilde{h_{t2}} + \epsilon_3 \qquad \tilde{r_{t2}} = \hat{\alpha_0} + \hat{\alpha_1}\tilde{h_{t1}} + \hat{\alpha_2}\tilde{h_{t2}} + \hat{\alpha_3}\tilde{r_{t1}} + \epsilon_3$$

Rede bayesiana

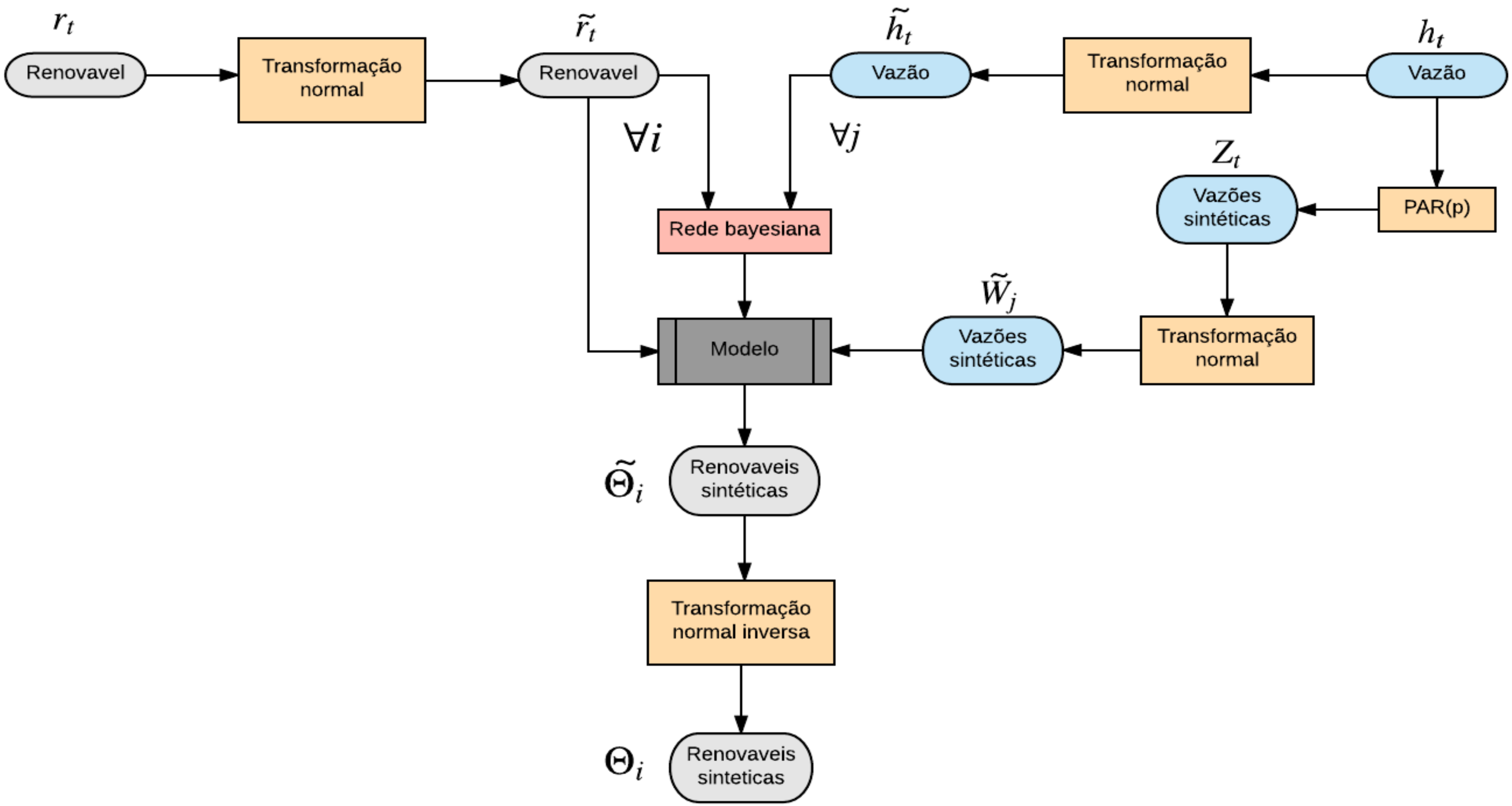


Conteúdo

Geração de cenários

- Temos um modelo para “série de renovável transformada”
- Para as series hidrológicas, utilizaremos os cenários gerados por outro modelo (PAR(p) por exemplo)
- Cada cenário de vazão será transformado para o mundo da normal, onde entrará no modelo da rede bayesiana e gerará cenários transformados de séries renováveis
- Para cada cenário transformado, basta fazer o caminho inverso e obter cenários reais de séries de renováveis

Geração de cenários



Conteúdo

- Introdução
- Estimação não paramétrica (*Kernel density)*
- Transformação em variáveis normais
- Rede bayesiana
- Geração de cenários
- **Resultados**

Resultados

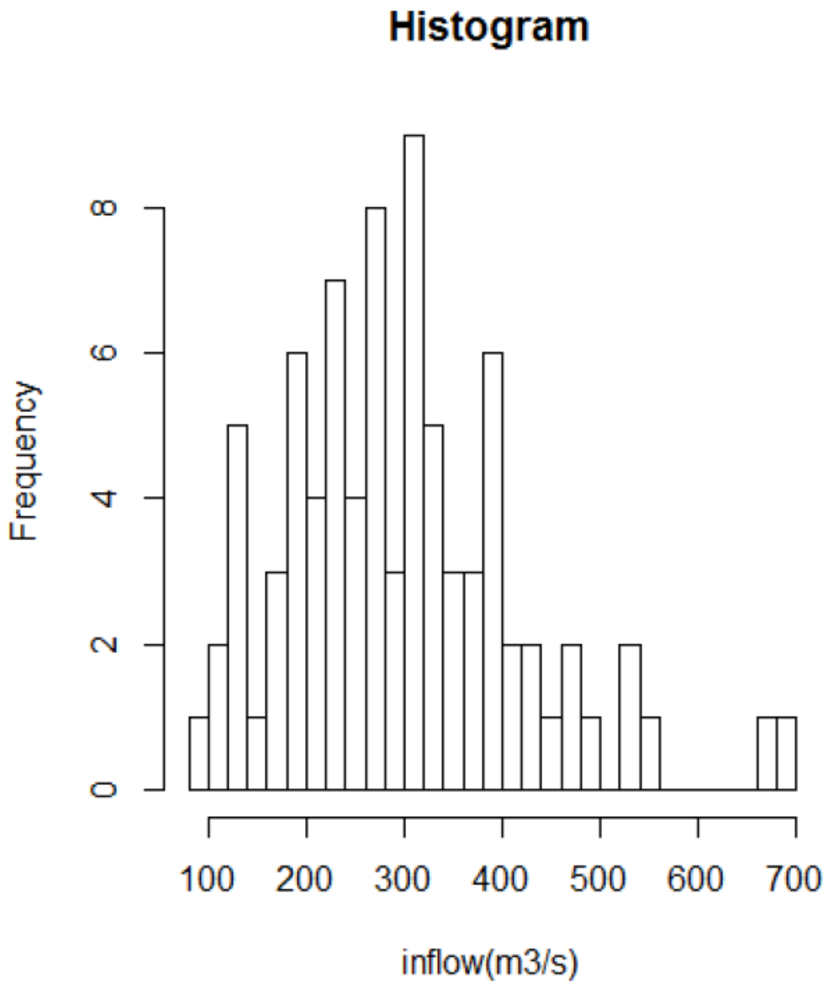
- Vamos comparar o modelo não-paramétrico proposto com modelos paramétricos, que assumem distribuição log-normal para as séries
- Vamos analisar duas séries, onde a série 1 apresenta uma distribuição que pode ser adequadamente representada por uma log-normal, e a série 2 não é tão bem representada assim

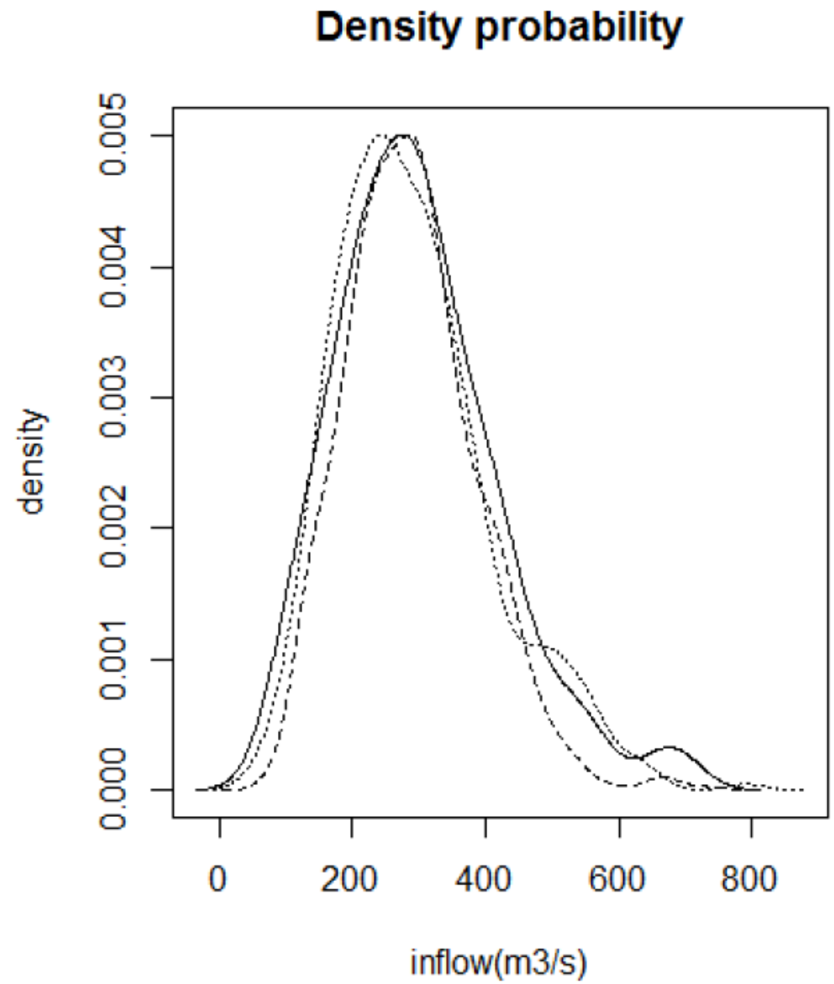
Resultados

- Um teste de normalidade no log das séries comprova que a série 1 pode ser modelada por uma log-normal, mas a serie 2 não.

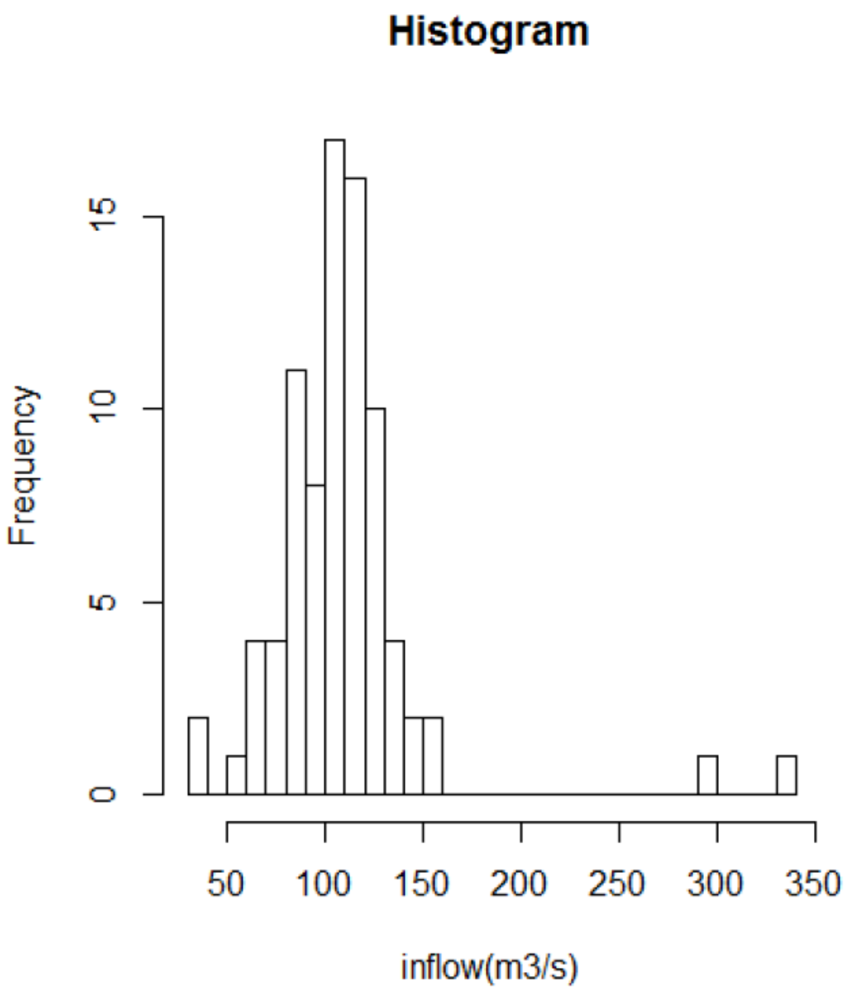
Series	p-valor
Log(Serie1)	0.543
Log(Serie2)	6.3e-06

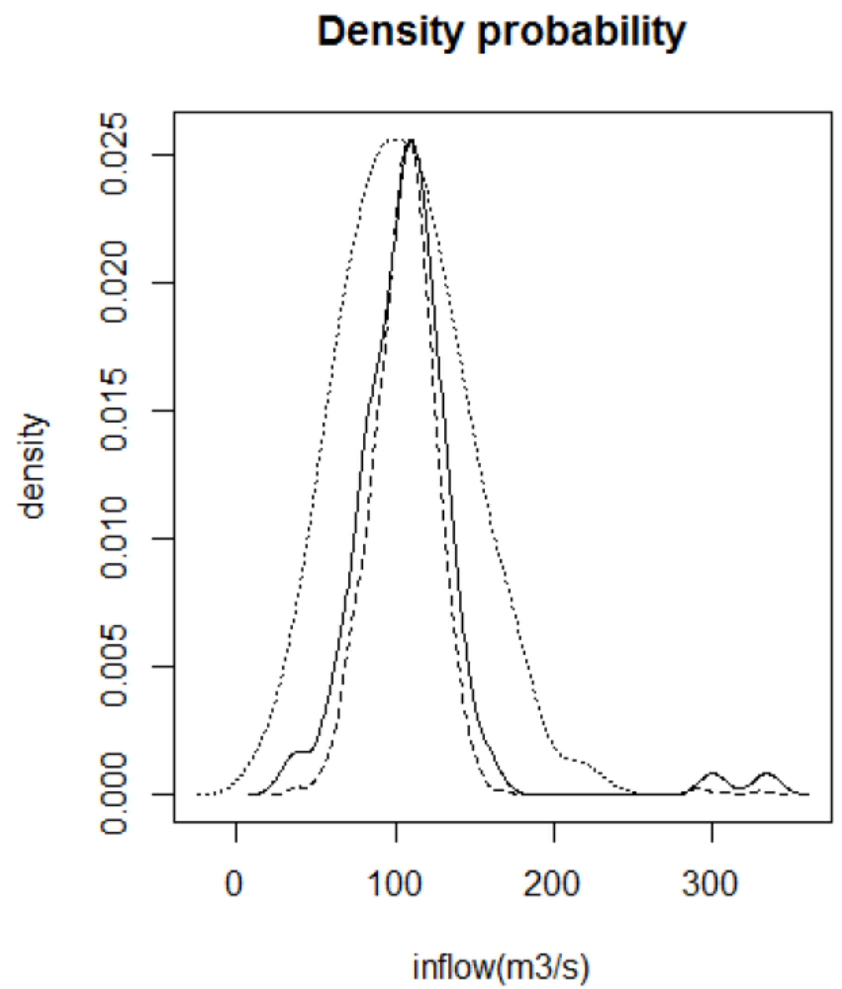
Resultados – Serie 1





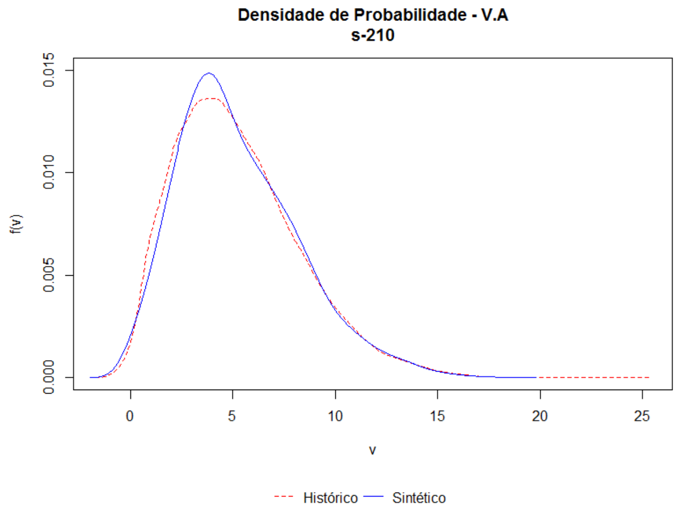
Resultados – Serie 2

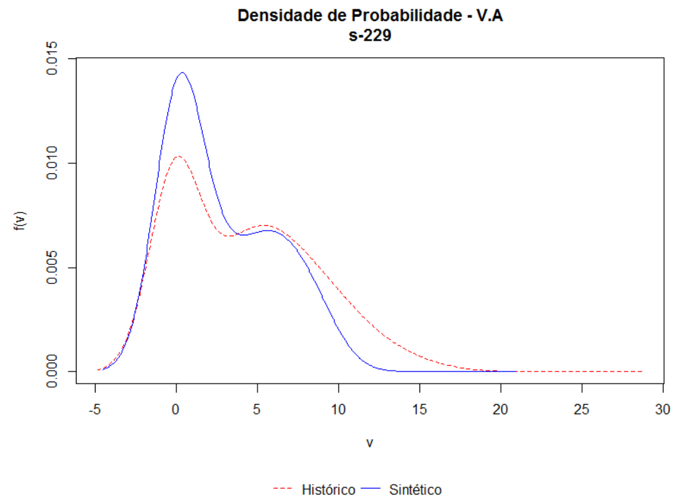


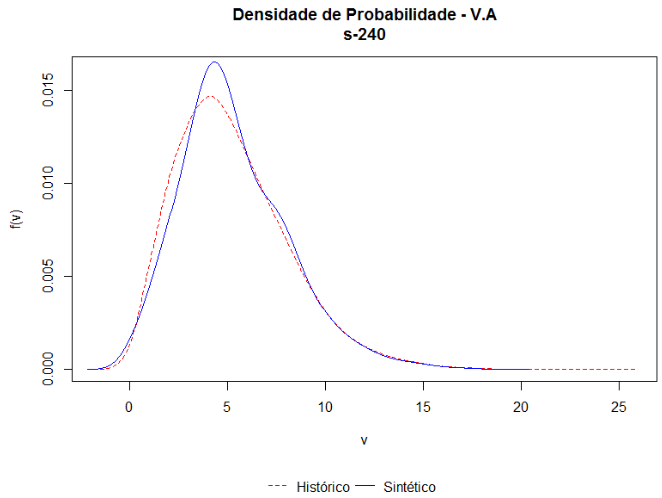


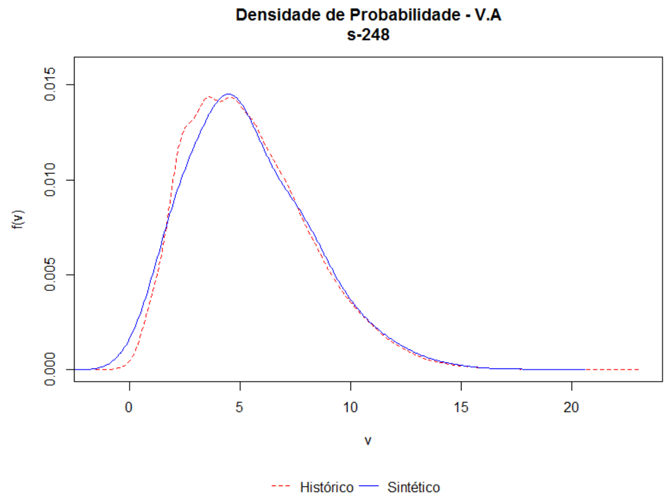
Resultados

- Series sintéticas de vento geradas:









Conclusões

- Desenvolvimento de um modelo para representação de elementos variantes no tempo estatisticamente dependentes
- Abordagem não paramétrica na caracterização de funções de densidade de probabilidade
- Os resultados mostram que o modelo proposto tem resultados melhores que modelos convencionais (paramétricos) na maioria das séries reais
- Modelo genérico, podendo ser utilizado para representar outros tipos de série

Trabalhos Futuros

- Capturar estruturas de dependência não linear na rede bayesiana, através da Máxima Informação Mútua
- Adicionar variáveis exógenas na rede bayesiana, que automaticamente detectará se vale a pena ou não adicioná-la no modelo de cada renovável

PSR

Geração de cenários de energia renovável correlacionados com hidrologia: uma abordagem bayesiana multivariada

Obrigado!

alessandro@psr-inc.com

www.psr-inc.com

psr@psr-inc.com

+55 21 3906-2100

+55 21 3906-2121