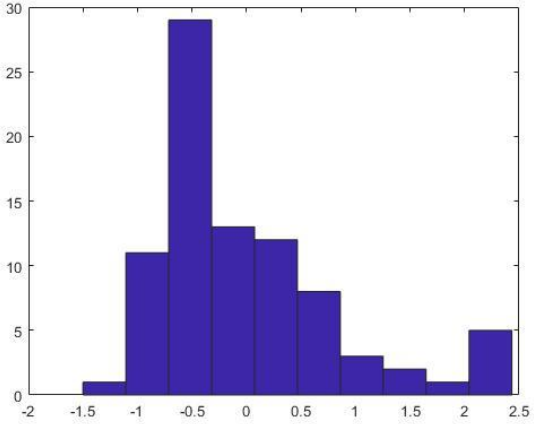
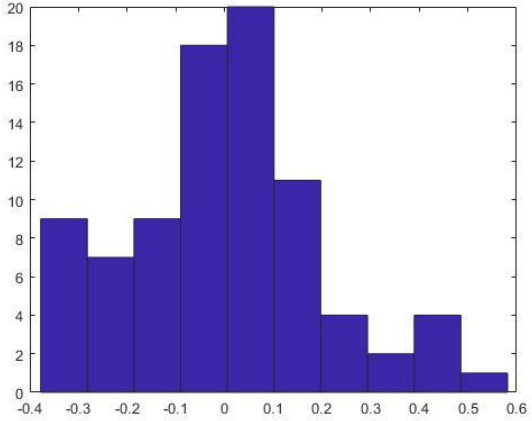
MÉTODO MCMC APLICADO À SIMULAÇÃO DE RESÍDUOS DO MODELO PAR(P)

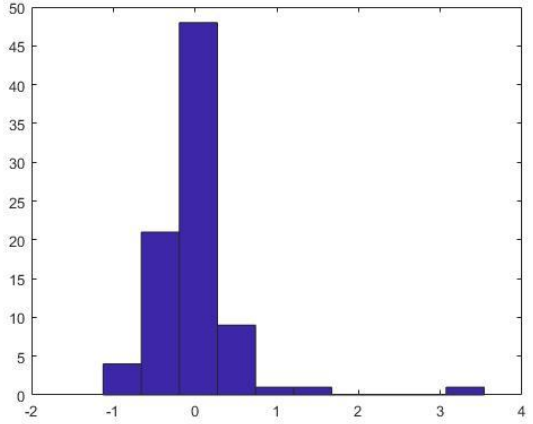
Hugo Ribeiro Baldioti
Reinaldo Castro Souza

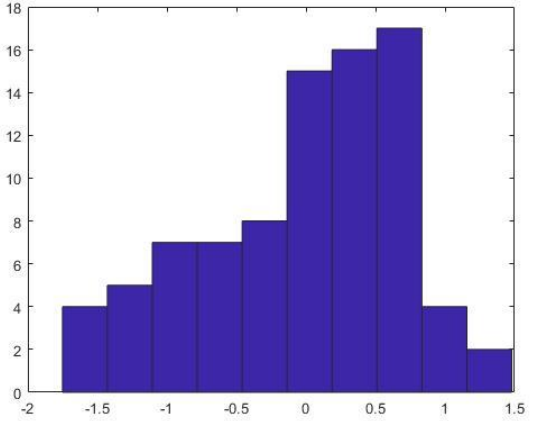
MOTIVAÇÃO

- Expansão da abordagem Bootstrap para simulação de resíduos
- Modelo PAR(p) utiliza muitas considerações, descaracterizando os dados
- Por exemplo: aproximação dos resíduos por uma Lognormal
  - Incapacidade de reprodução de comportamentos extremos









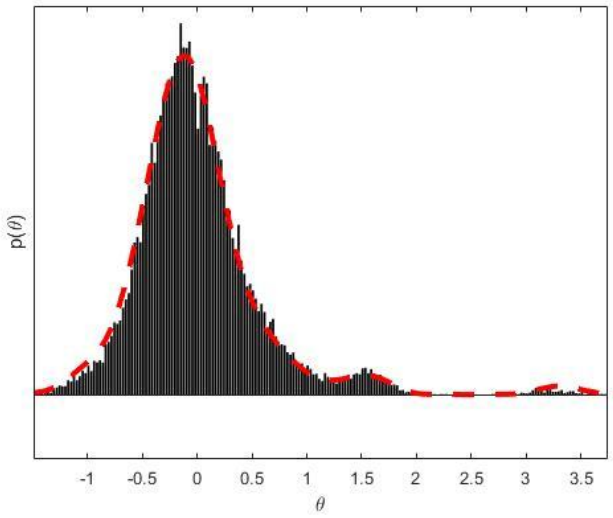
OBJETIVO

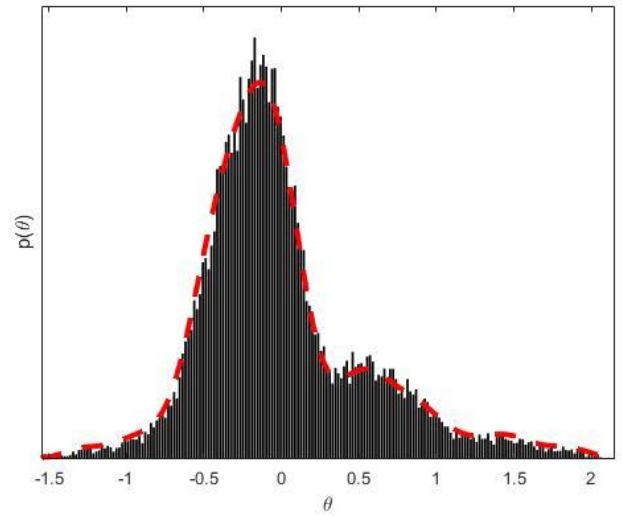
- Apresentar uma abordagem não-paramétrica para simulação dos resíduos
  - Respeitando os comportamentos limite e assimetrias dos dados

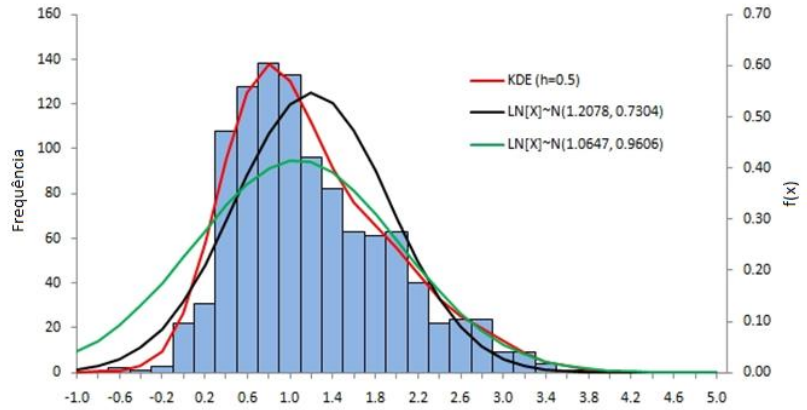
- Geração de uma envoltória nos resíduos
  - KDE (Kernel Density Estimation)
- Amostragem da densidade calculada
  - MCMC (Markov Chain Monte Carlo)

OBJETIVO

Geração de Envoltória (KDE) → Amostragem de ruídos (MCMC)







METODOLOGIA

1. Calculam-se os resíduos a partir do modelo PAR(p) ajustado

2. Descreve-se as envoltórias dos resíduos a partir do KDE

3. Utiliza-se o Kernel calculado como distribuição limite de uma cadeia de Markov

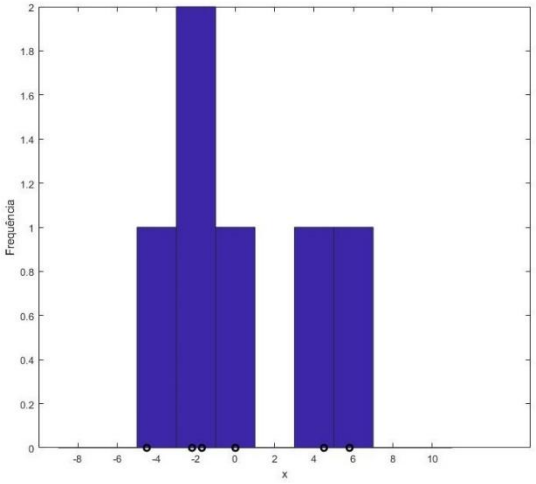
4. As amostras dos resíduos são geradas utilizando o método Monte Carlo

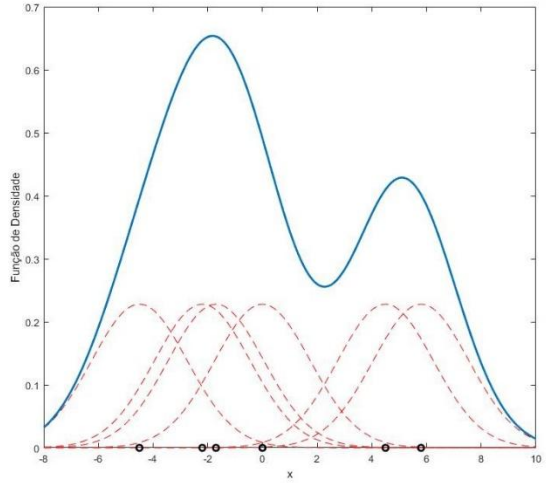
5. A partir das amostras é possível simular cenários de ENAs

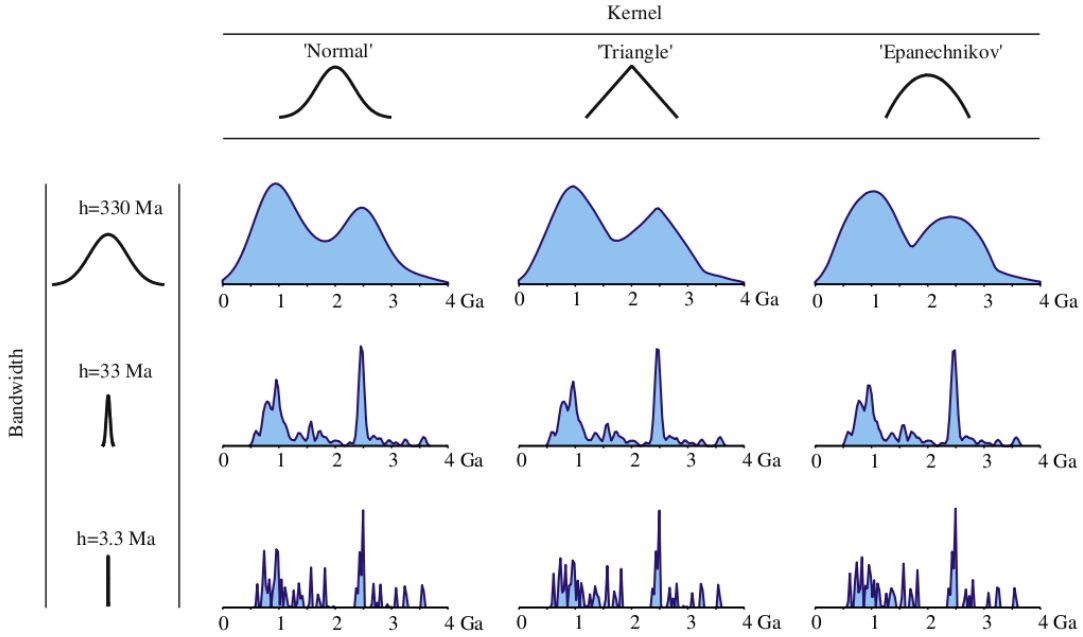
METODOLOGIA

- Geração da envoltória nos resíduos a partir da técnica KDE
  - Seja $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ uma amostra i.i.d. gerada por alguma distribuição com uma densidade desconhecida f
  - O objetivo é estimar o formato da função f

$$\widehat{f_h}(x) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} K_h(x - x_i) = \frac{1}{nh}\sum_{i=1}^{n} K\left(\frac{x - x_i}{h}\right)$$

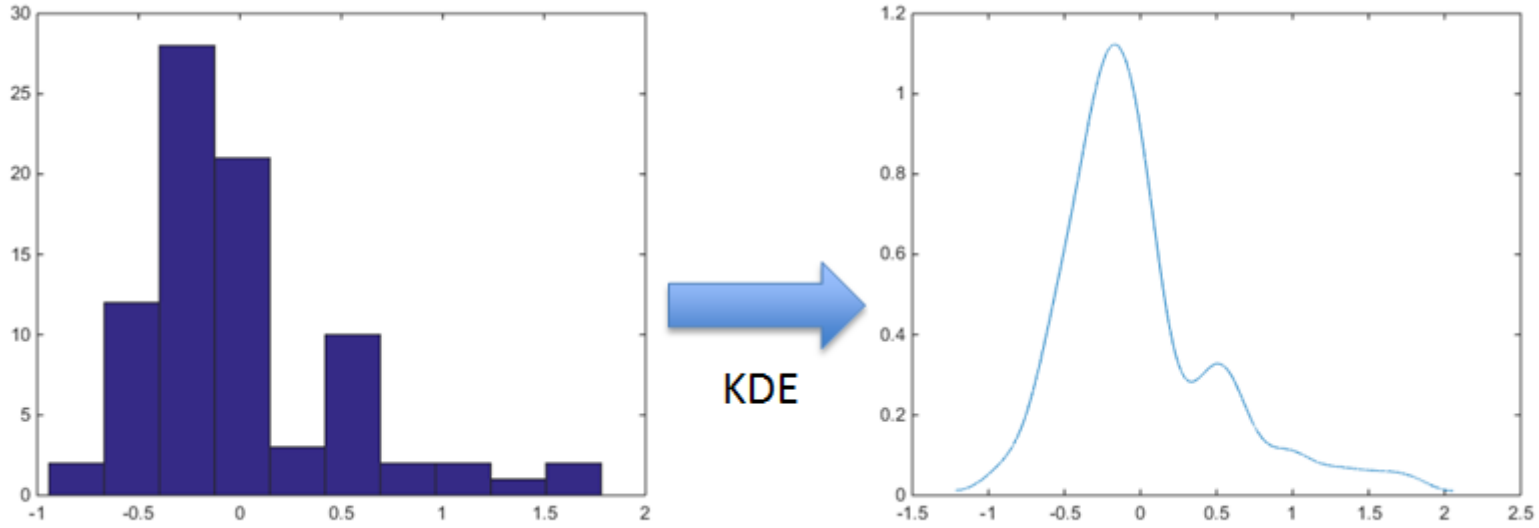






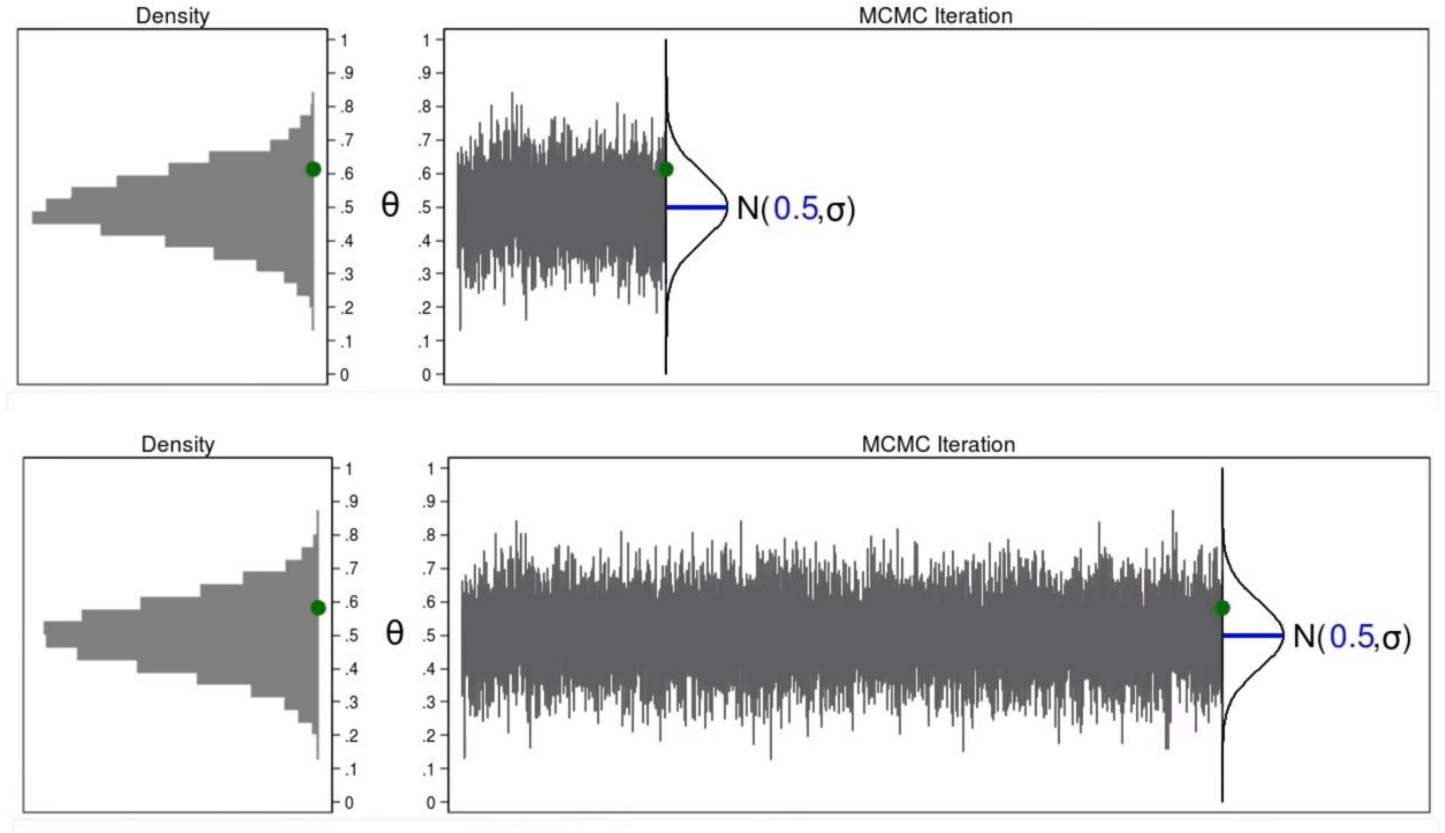
METODOLOGIA

- Exemplo do KDE aplicado a uma amostra de resíduos de ENA



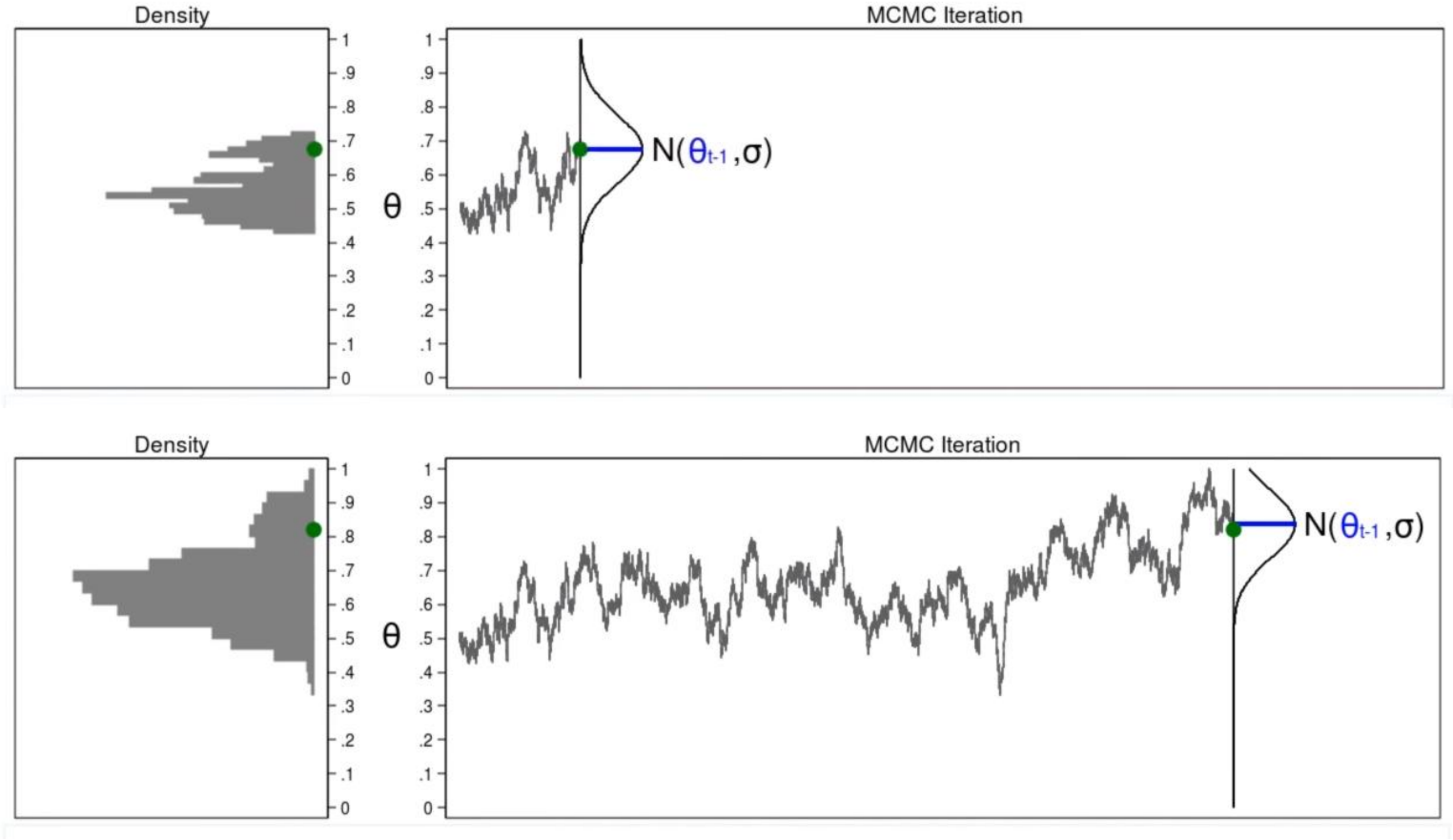
METODOLOGIA

- Monte Carlo



METODOLOGIA

- Markov Chain

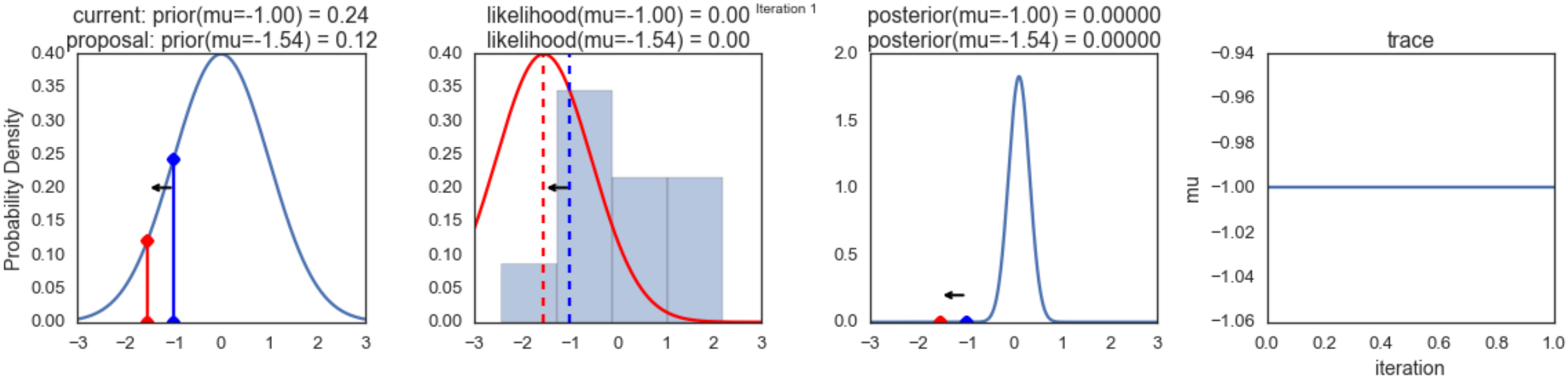


METODOLOGIA

- MCMC
  - Realiza uma simulação de Monte Carlo utilizando cadeias de Markov
  - Permite gerar amostras de uma distribuição ao embuti-la como distribuição limite da cadeia de Markov
  - Basicamente é utilizado quando a densidade é muito complicada para se amostrar e/ou é definida com um número muito alto de dimensões

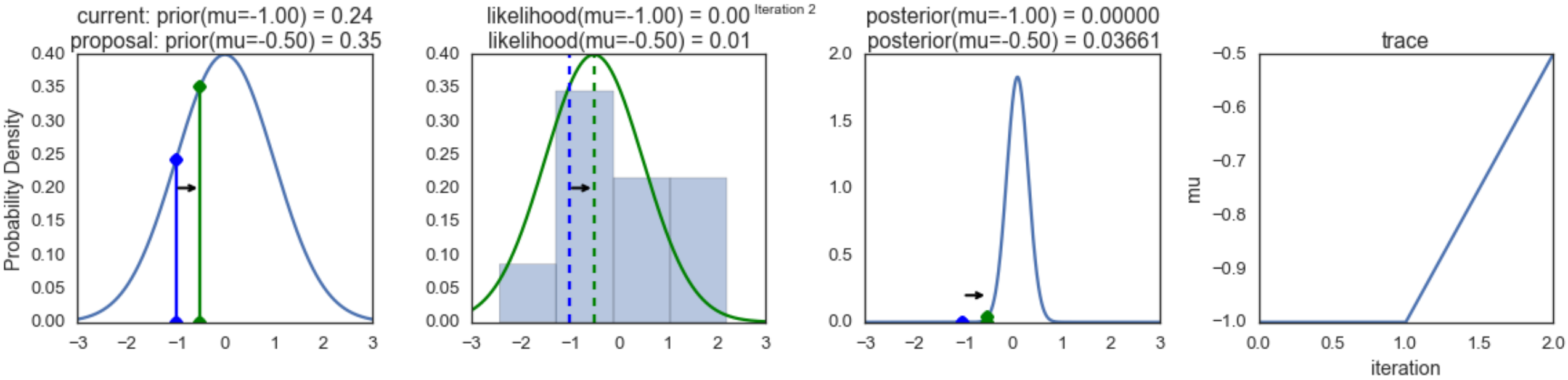
- O MCMC gera uma amostra aleatória a partir da avaliação das regiões com alta densidade de probabilidade

MCMC



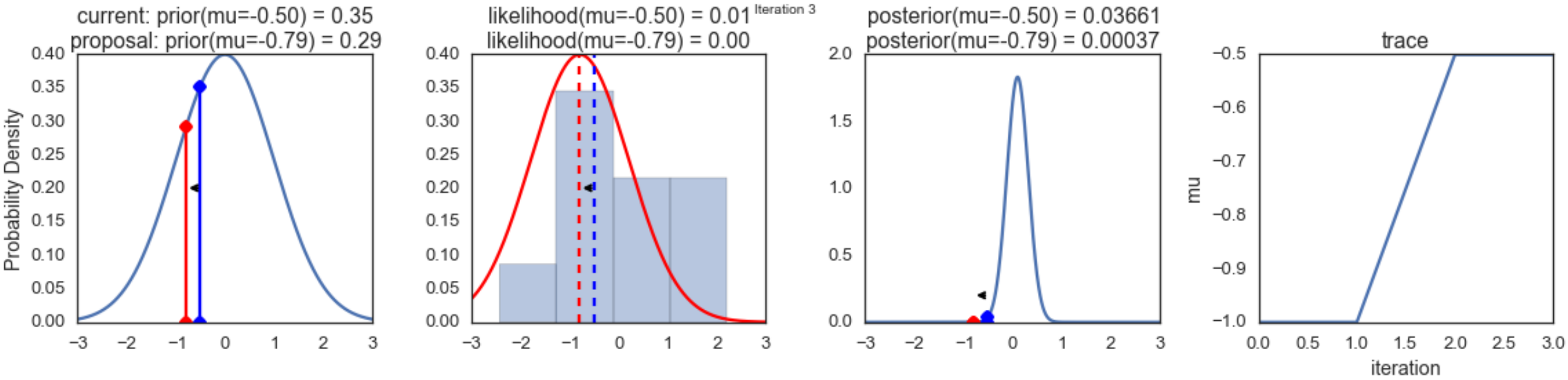
Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

MCMC



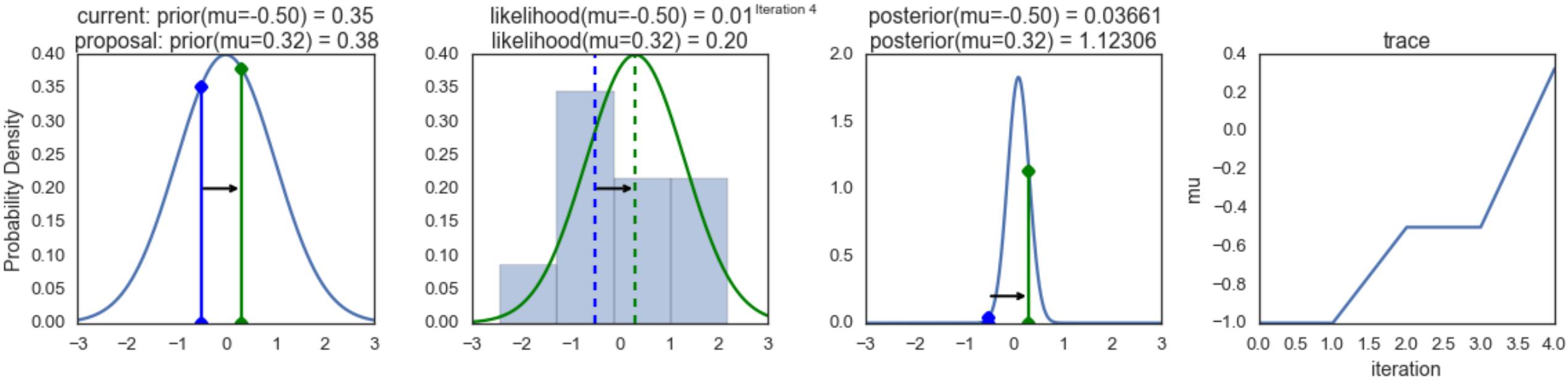
Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

MCMC



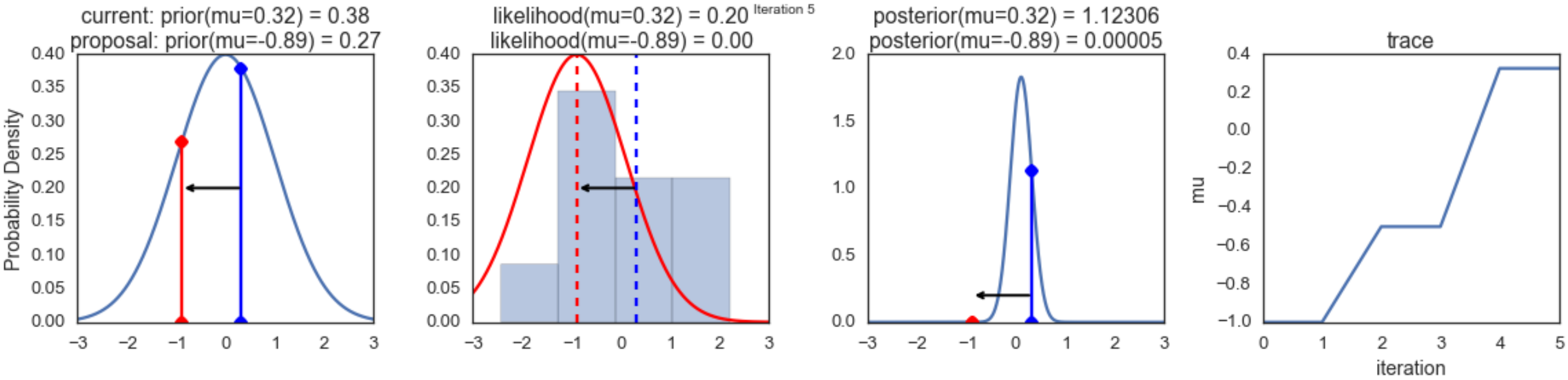
Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

MCMC



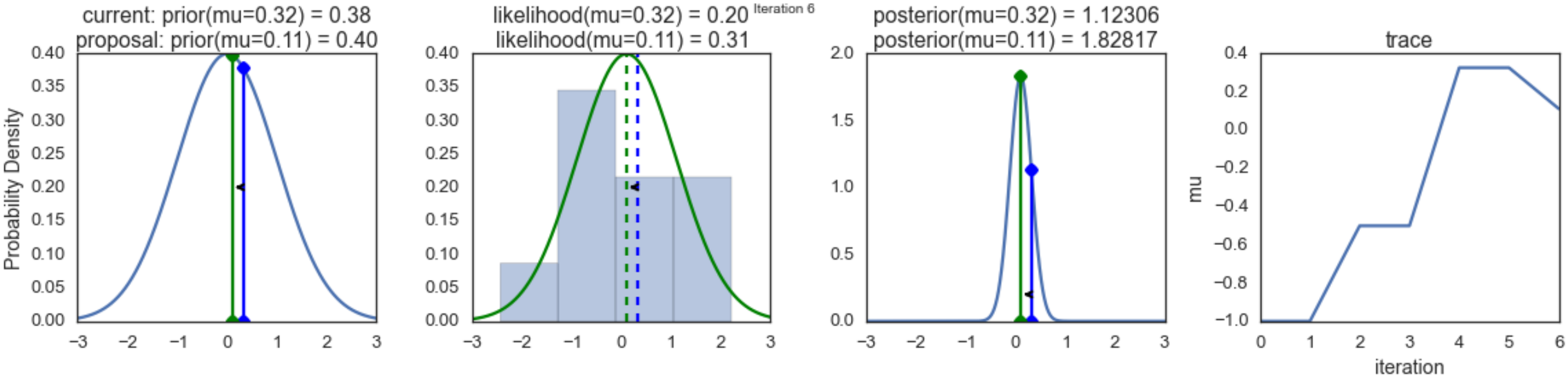
Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

MCMC



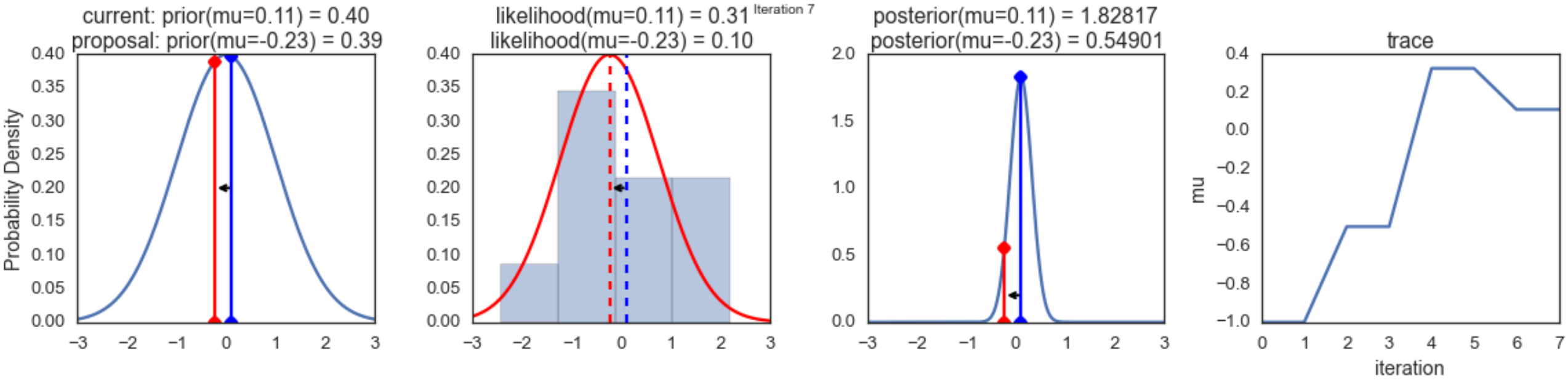
Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

MCMC



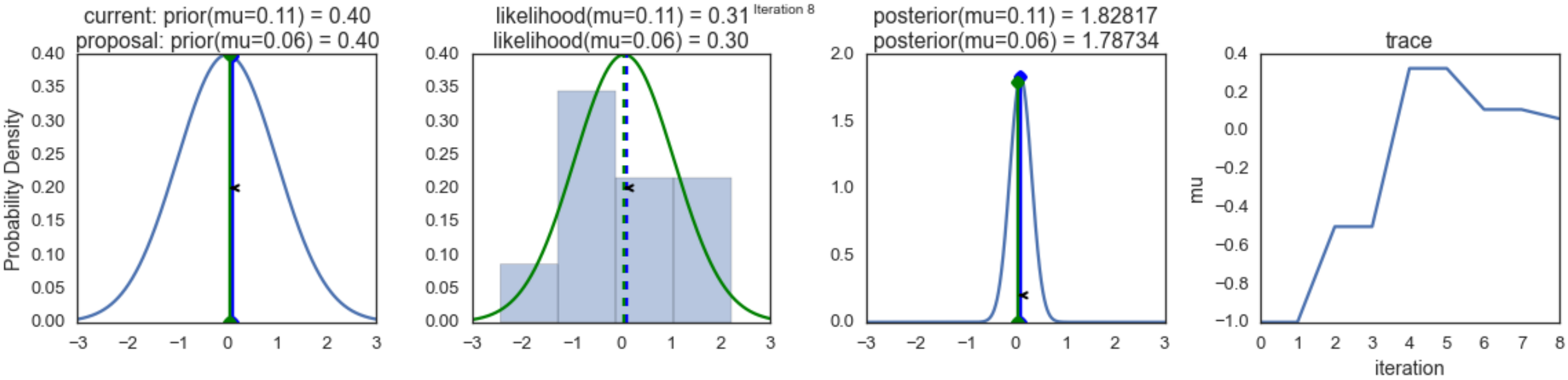
Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

MCMC



Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

MCMC



Fonte:http://twiecki.github.io/blog/2015/11/10/mcmc-sampling/

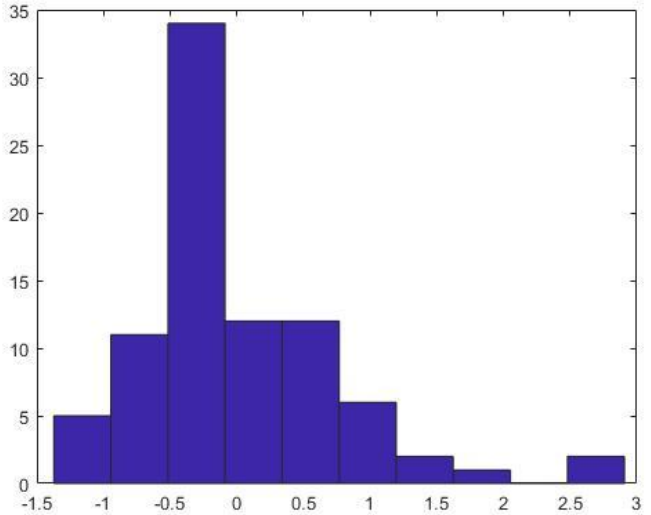
RESULTADOS

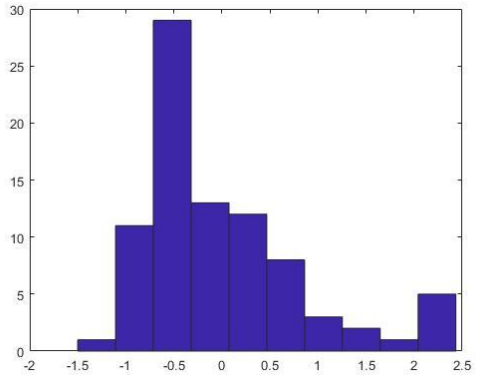
- Modelo PAR(p) simplificado:

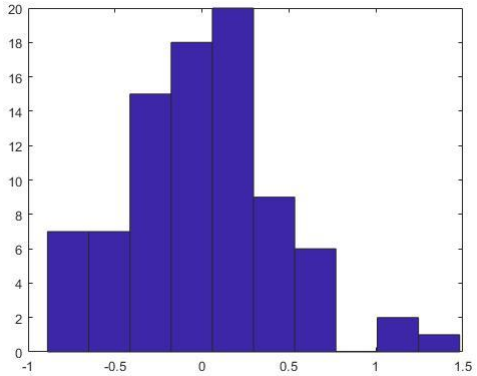
$$\left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m}\right) = \phi_1^m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right) + \cdots + \phi_{p_m}^m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}}\right) + a_t$$

- Resíduos do modelo:

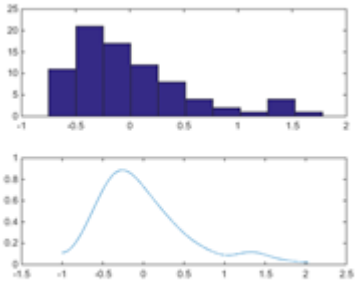
$$a_t = \left(\frac{Z_t - \mu_m}{\sigma_m}\right) - \left[\phi_1^m \left(\frac{Z_{t-1} - \mu_{m-1}}{\sigma_{m-1}}\right) + \cdots + \phi_{p_m}^m \left(\frac{Z_{t-p_m} - \mu_{m-p_m}}{\sigma_{m-p_m}}\right)\right]$$







RESULTADOS

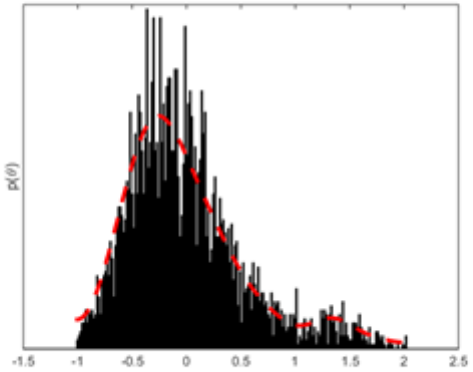


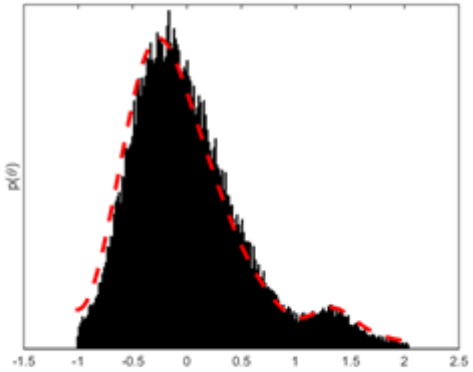
Tamanho do passo = 1

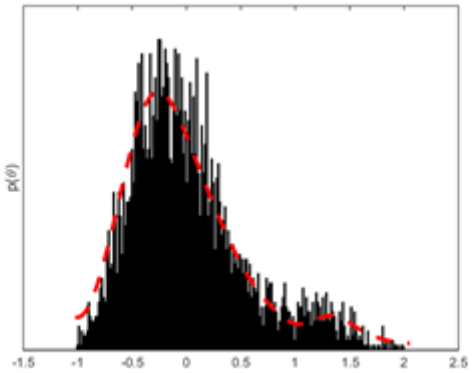
Tamanho do passo = 0.5

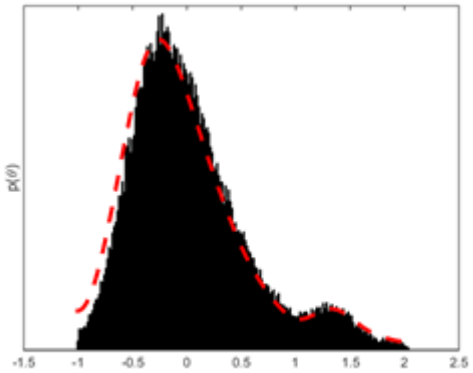
Total de Amostras = 4000

Total de Amostras = 100000



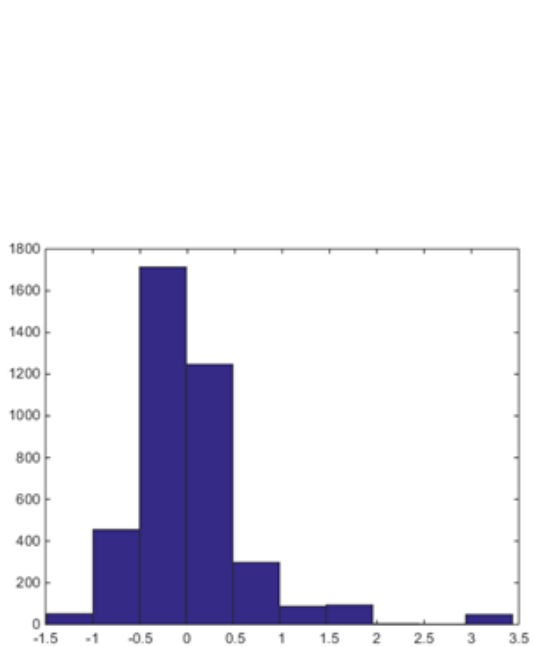


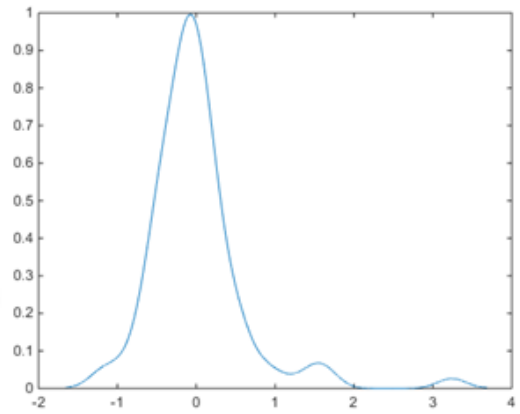




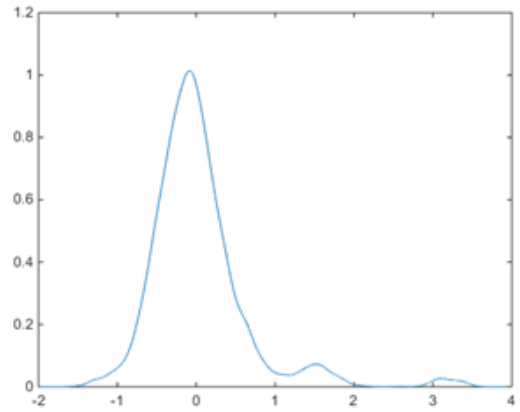
RESULTADOS

- Verificam-se as amostrar em relação aos dados originais utilizando KDE





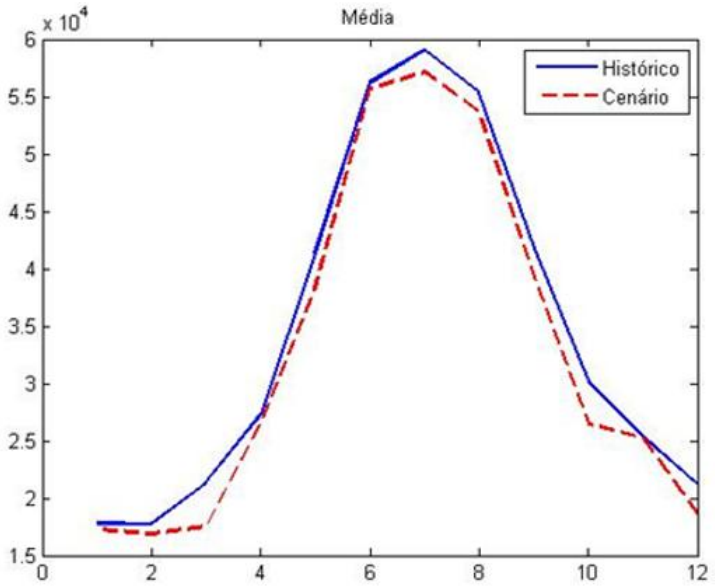
Histórico

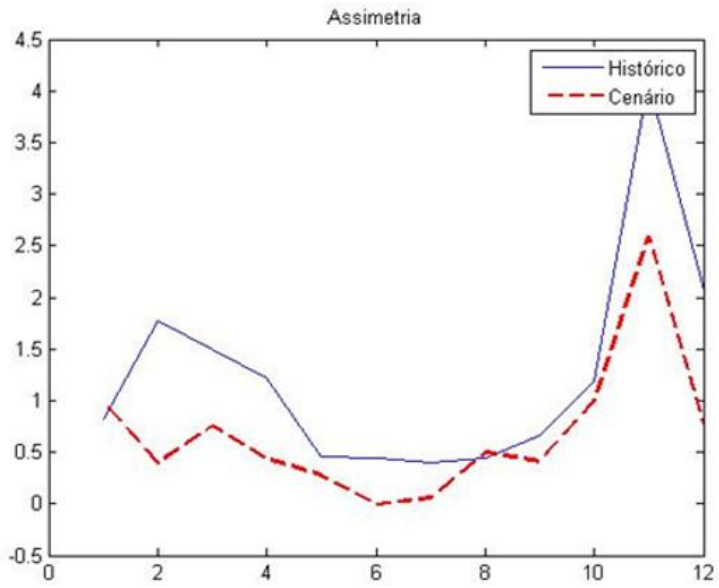


Ruído MCMC

RESULTADOS

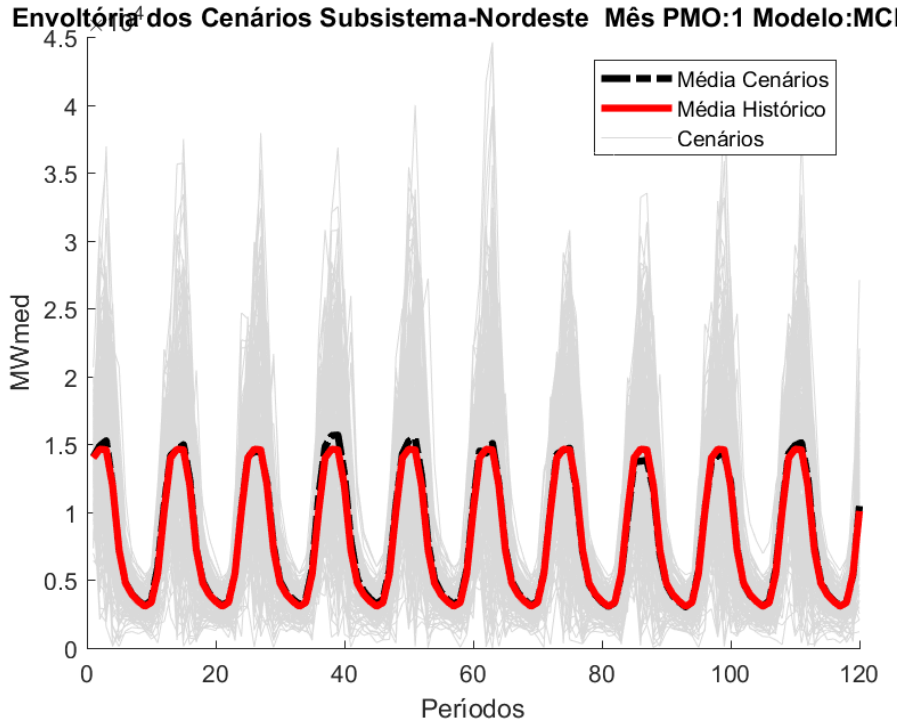
- Aplicou-se o modelo proposto no pré-estudo para o PMO de agosto de 2016 referente ao subsistema Sudeste, com os seguintes parâmetros:
  - 2000 cenários gerados
  - Passo de 0,5
  - Tamanho da amostra 100.000

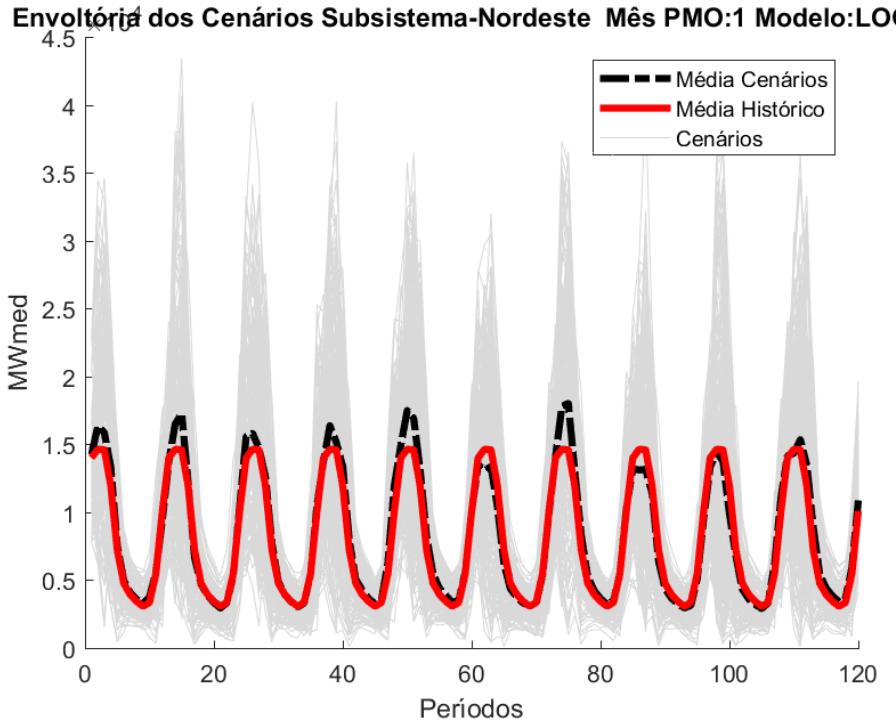




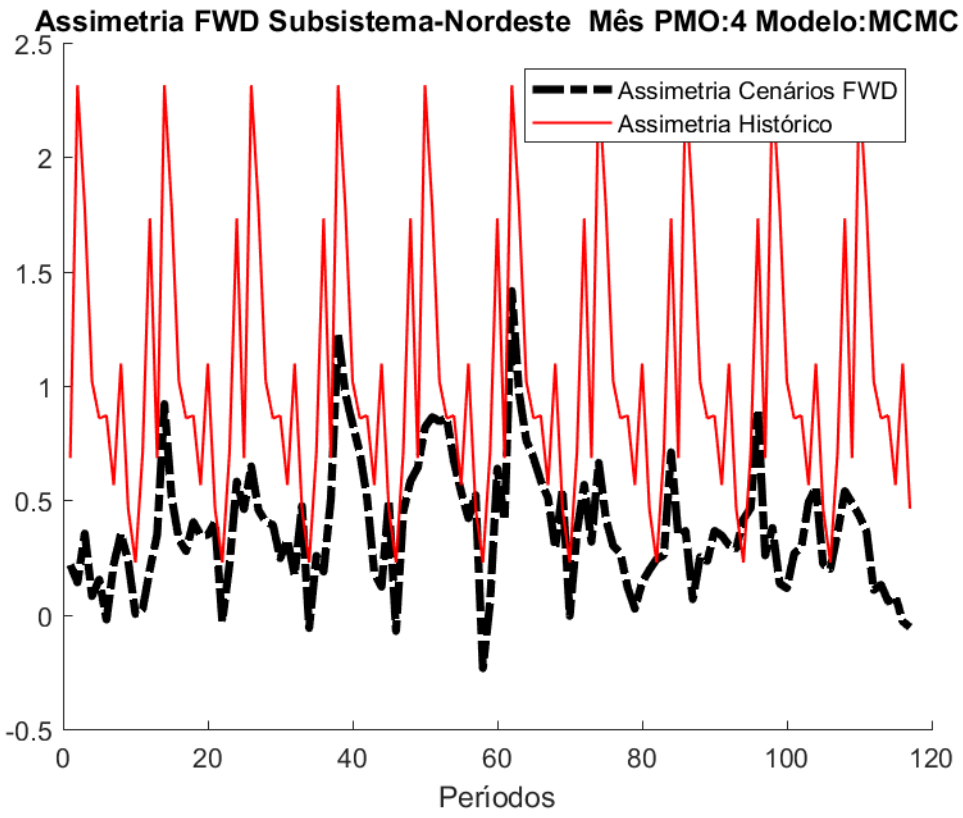
RESULTADOS

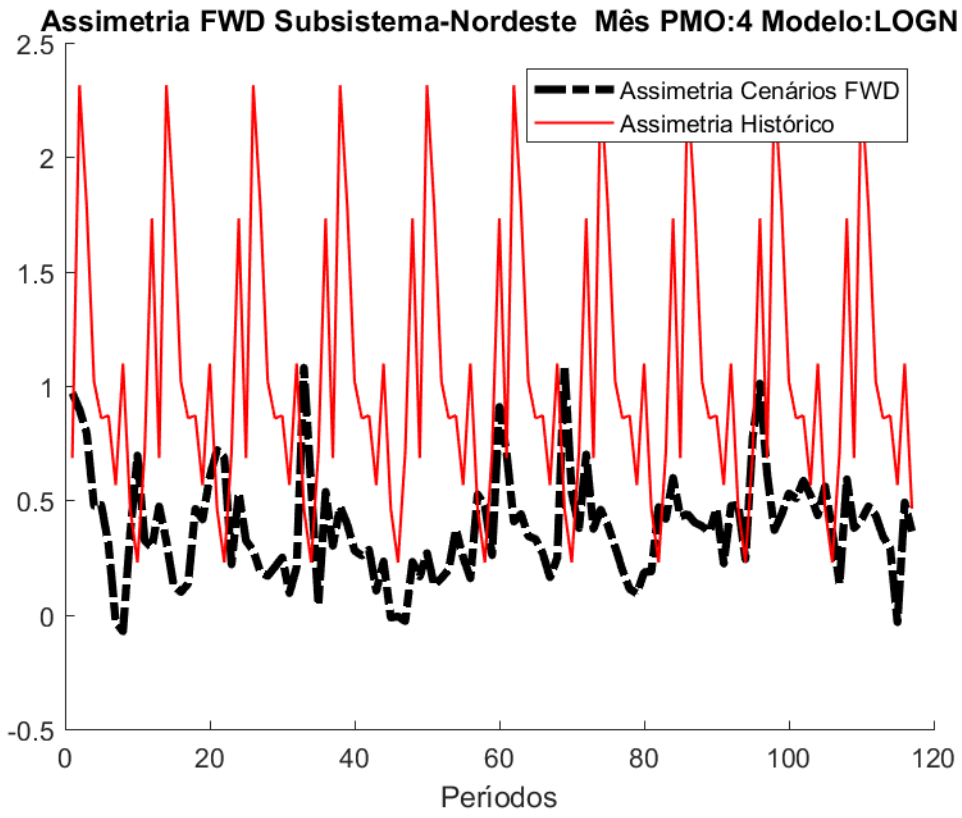
- A partir da validação do modelo no contexto do pré-estudo, aplica-se o mesmo no planejamento de médio prazo, com horizonte de 10 anos, ou seja, 120 períodos.





RESULTADOS


Assimetria FWD Subsistema-Nordeste Mês PMO:4 Modelo:MCMC
Assimetria Cenários FWD
Assimetria Histórico
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
0
20
40
60
80
100
120
Períodos


Assimetria FWD Subsistema-Nordeste Mês PMO:4 Modelo:LOGN
Assimetria Cenários FWD
Assimetria Histórico
2.5
2
1.5
1
0.5
0
-0.5
0
20
40
60
80
100
120
Períodos

CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

- Foi apresentado uma metodologia não-paramétrica para simulação de resíduos
- As amostras geradas se comportam como esperado, os resultados são condizentes com a envoltória original, reproduzindo comportamentos limites e assimetrias
- Os cenários de ENA gerados apresentam uma pequena melhora na reprodução das assimetrias

- Trabalhos Futuros
  - Avaliação do impacto dos cenários gerados no contexto da otimização
  - Aplicar o MCMC na geração direta de cenários de ENA, levando em consideração comportamentos extremos e mudanças de configuração
  - Ajustar de um modelo Markoviano nas séries de ENA para geração de cenários

Obrigado pela atenção!

baldioti@ele.puc-rio.br